МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНА МЕТАЛУРГІЙНА АКАДЕМІЯ УКРАЇНИ

О.П. МОРОЗЕНКО, Ю.Ю. БЕЛІНСЬКА, І.В. ВИШНЕВСЬКИЙ

ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА

ЧАСТИНА 1

Дніпропетровськ НМетАУ 2014

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНА МЕТАЛУРГІЙНА АКАДЕМІЯ УКРАЇНИ

О.П. МОРОЗЕНКО, Ю.Ю. БЕЛІНСЬКА, І.В. ВИШНЕВСЬКИЙ

ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА

ЧАСТИНА 1

**Затверджено на засіданні Вченої ради академії
як навчальний посібник. Протокол № 1 від 27.01.2014**

Дніпропетровськ НМетАУ 2014

УДК 515 (07)

Морозенко О.П., Белінська Ю.Ю., Вишневський І.В. Інженерна графіка. Частина 1.: Навчальний посібник. – Дніпропетровьк: НМетАУ, 2014. – 52 с.

Викладено теоретичний матеріал основних розділів дисципліни «Інженерна графіка». Надана інформація по утворенню, кресленню проекцій геометричних образів, їх взаємного розташування як елементів технічного виробу. Висвітлені питання графічної підготовки майбутніх бакалаврів та магістрів в галузі “металургія”.

Призначений для студентів напряму підготовки 6.050401 - металургія, а також для викладачів і студентів усіх спеціальностей.

Іл. 47, бібліогр.: 4 найм.

Друкується за авторською редакцією.

Відповідальна за випуск О.П. Морозенко, канд. техн. наук, доц.

Рецензенти: Л.Ю. Пригунова, зав.відділенням архітектури Дніпропетровського монтажного технікуму

В.І. Товкун, головний конструктор ПАТ “Агрегатний завод

ВСТУП

Студенти першого курсу напряму підготовки 6.050401 - металургія вивчають дисципліну "Інженерна графіка", яка сприяє розвитку просторової уяви (мислення), умінню "читати" креслення, передавати свої думки за допомогою креслення, що необхідно майбутньому інженерові.

Дисципліна «Інженерна графіка» вивчає основні правила побудови зображень геометричних фігур, а також розвиває просторове уявлення для порозуміння за зображенням конструкції і принципу дії технічного виробу. Інженерна графіка відноситься до загально-інженерних дисциплін.

Автори даного навчального посібника ставлять задачу оказати допомогу студентам заочної та денної форм навчання в самостійному вивченні дисципліни «Інженерна графіка».

В посібнику викладається теоретичний матеріал, приклади виконання завдань контрольної роботи та розміщені варіанти індивідуальних завдань.

1. МЕТОД ПРОЕКЦІЙ. ПРОЕКЦІЇ ГЕОМЕТРИЧНИХ ФІГУР

1.1 Метод проекцій. Способи проекціювання

Будь-яка множина точок як скінченна, так і нескінченна називається геометричною фігурою (Г.Ф.). В просторі Г.Ф. дуже багато, але основними є точки, прямі, площини і поверхні.

Для побудови зображень Г.Ф. на площині користуються методом проекціювання. Слово "проекція" – латинське, від projecere, що в перекладі означає "кинути наперед". Отже проекція – це зображення предмета, "відкинуте " на площину за допомогою променів. Спроекціювати предмет – це означає зобразити його на площині (рис. 1.1 а, б).

Проекції поділяються на центральні і паралельні.

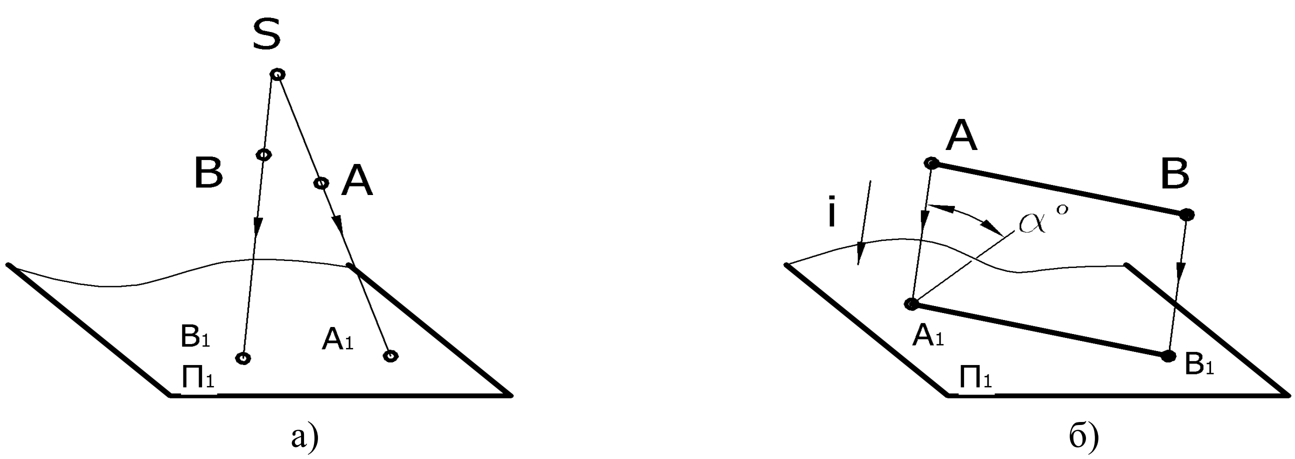


Рис. 1.1

S – центр проекціювання; A, B… – точки в просторі; A_1, B_1… – проекції точок; $П_1$ – площина проекцій; AA_1, BB_1 – проекціюючі промені; i – напрямок проекціювання; α – кут нахилу променя до площини проекцій.

Проекціювання з довільної точки простору (S) називається центральним проекціюванням (рис. 1.1, а). Якщо центр проекціювання (S) віддалити у нескінченність, то проекціюючі промені будуть паралельними. Таке проекціювання називається паралельним (рис. 1.1, б)). Проекційні промені можуть складати з площиною проекцій гострі або прямі кути.

1) Косокутне проекціювання; $\alpha \neq 90^0$.

2) Прямокутне (ортогональне) проекціювання; $\alpha = 90^0$.

Паралельні і центральні проекції мають такі властивості:

- проекцією точки є точка на площині проекцій;
- проекцією прямої лінії є, як правило, також пряма (рис. 1.1., б);
- якщо пряма перпендикулярна площині проекцій, то проекцією прямої є точка;
- якщо пряма, або геометрична фігура, паралельні площині проекцій, то вони проекціюються на цю площину в натуральну величину;
- якщо точка поділяє відрізок прямої у заданому відношенні, то проекції точки розділяють проекції прямої у тому ж відношенні.

1.2. Метод Гаспара Монжа. Проекції точки в системі трьох площин проекцій $П_1$, $П_2$ та $П_3$

Суть методу Г.Монжа полягає в тому, що, використовуючи паралельне ортогональне проекціювання, будуються проекції на дві, три або більш взаємно-перпендикулярних площин з наступним їхнім суміщенням в одну. При цьому предмет зображується з різних сторін (спереду, зверху, зліва, справа,…).

Проекції Г.Ф. будуються за допомогою:

- наочного зображення (косокутна фронтальна діметрія) (рис. 1.2); коефіцієнти спотворення за осями $K_x = 1$, $K_y = 0.5$, $K_z = 1$, коефіцієнт спотворення – це відношення аксонометричної проекції відрізка координатної осі до довжини самого відрізка цієї осі в натурі;
- комплексного креслення (епюра) (рис. 1.3). Коефіцієнти спотворення за осями $K_x = 1$, $K_y = 1$, $K_z = 1$.

Скористаємося трьома взаємно-перпендикулярними площинами, що утворюють прямий тригранний кут (рис. 1.2). Тут $П_1$, $П_2$, $П_3$ – площини проекцій (горизонтальна, фронтальна та профільна); лінії OX', $OУ'$, OZ' взаємного перетину площин проекцій – осі проекцій, т.О – початок осей проекцій.

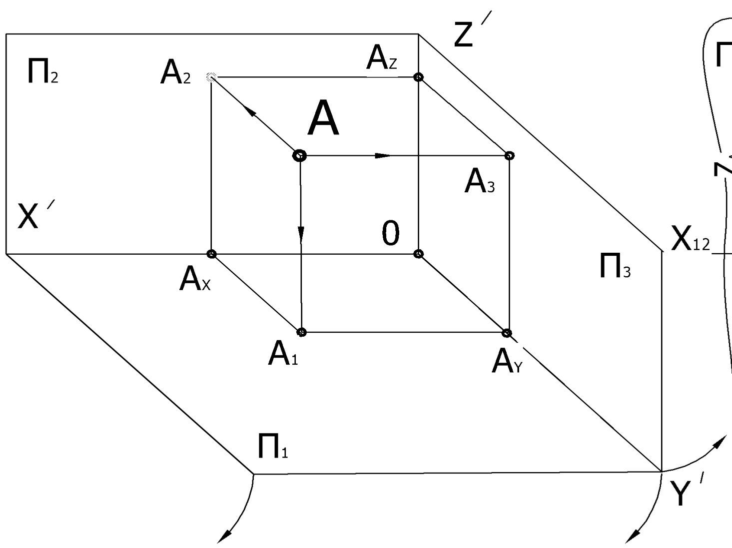


Рис. 1.2

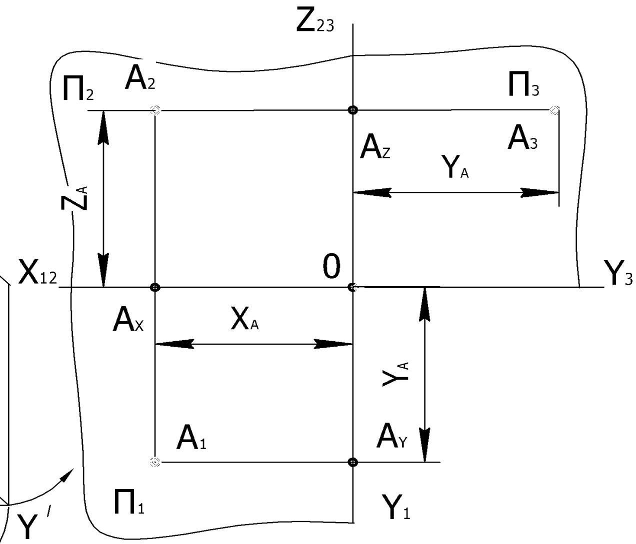


Рис. 1.3

Розмістимо в просторі тригранного кута точку A і побудуємо її проекції на площинах $П_1$, $П_2$, $П_3$. Для цього з точки A проведемо проекціюючі промені AA_1, AA_2, AA_3, перпендикулярні до площин проекцій, до перетину з ними. Внаслідок дістанемо A_1, A_2, A_3 – горизонтальну, фронтальну, профільну проекції точки.

Горизонтальна проекція точки A_1 визначається координатами X_A та $У_A$, фронтальна проекція A_2 – координатами X_A та Z_A, профільна A_3 – $У_A$ та Z_A. При переході від наочного зображення до комплексного креслення площини проекцій $П_1$ та $П_3$ потрібно сумістити з площиною $П_2$. Для суміщення трьох площин необхідно горизонтальну ($П_1$) і профільну ($П_3$) площини обертанням навколо осей X та Z відповідно сумістити з площиною $П_2$ (рис.1.3) Після суміщення ламані лінії, що з’єднують дві проекції точок ($A_2A_xA_1$ та $A_2A_ZA_3$), перетворюються в прямі, які перпендикулярні до осей X_{12}, Z_{23}, їх називають лініями проекційного зв’язку.

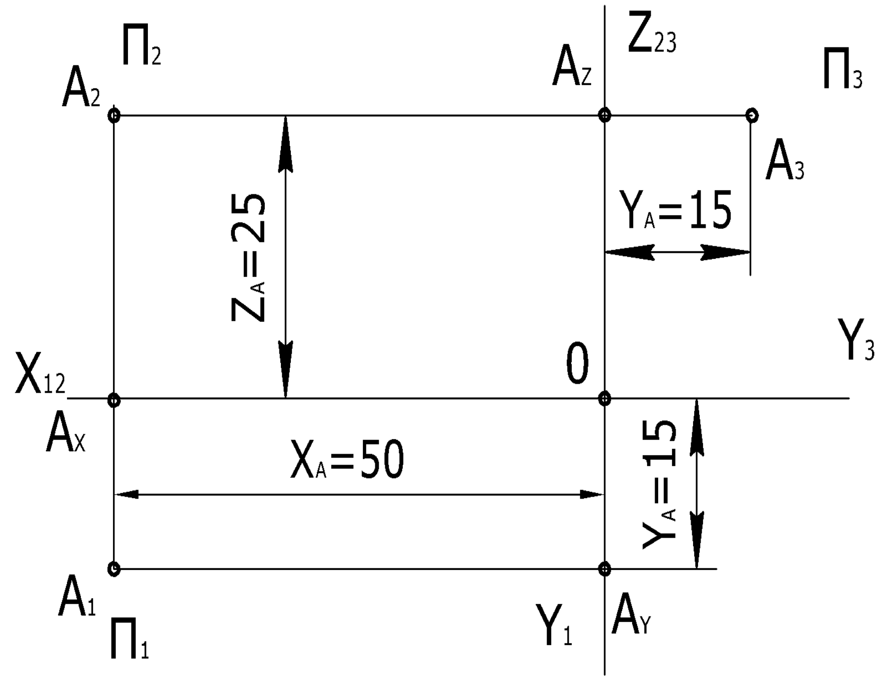
$A_2A_1 \perp OX_{12}$ – вертикальна лінія зв’язку;

$A_2A_3 \perp OZ_{23}$ – горизонтальна лінія зв’язку.

ПРИКЛАД: Побудувати проекції т. А(50, 15,25) за її координатами.

Алгоритм:

1. $OA_x=X_A=50$.
1. $A_2A_1 \cap X_{12}=A_x$; $A_2A_1 \perp X_{12}$.
2. $A_xA_1=У_A=15$.
3. $A_xA_2=Z_A=25$.
4. $A_2A_3 \cap Z_{23}=A_Z$. $A_2A_3 \perp Z_{23}$. $A_ZA_3=У_A$.



1.3. Проекції прямої. Положення прямої відносно площин проекцій

Дві точки повністю визначають положення прямої в просторі. Провівши через точки А і В (рис. 1.4) перпендикуляри до площини $П_1$, на перетині знайдемо їх горизонтальні проекції A_1 і B_1. Відрізок A_1B_1 – горизонтальна проекція прямої АВ. Відрізок A_2B_2 – фронтальна проекція прямої АВ.

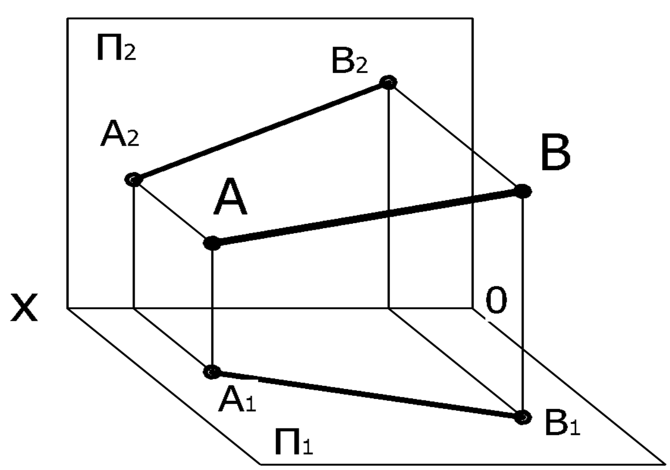


Рис. 1.4

Прямою загального положення називають пряму, розташовану похило до всіх площин проекцій (рис. 1.4). Жодна з проекцій цієї прямої не може бути паралельною осям проекцій або перпендикулярною до них і не зображується на епюрі в натуральну величину.

Без додаткової побудови з креслення не можна визначити кути нахилу.

Прямі окремого положення поділяються на прямі рівня і проекціювальні.

Прямими рівня називаються прямі, паралельні одній з площин проекцій.

Пряма AB (рис. 1.5, а), паралельна горизонтальній площині проекцій $П_1$, називається горизонтальною прямою, або, скорочено, горизонталлю.
Пряма CD (рис. 1.5, б), паралельна фронтальній площині проекцій $П_2$, називається фронтальною прямою, або, скорочено, фронталлю.

Пряма MN (рис.1.5, в), паралельна профільній площині проекцій $П_3$, називається профільною прямою.

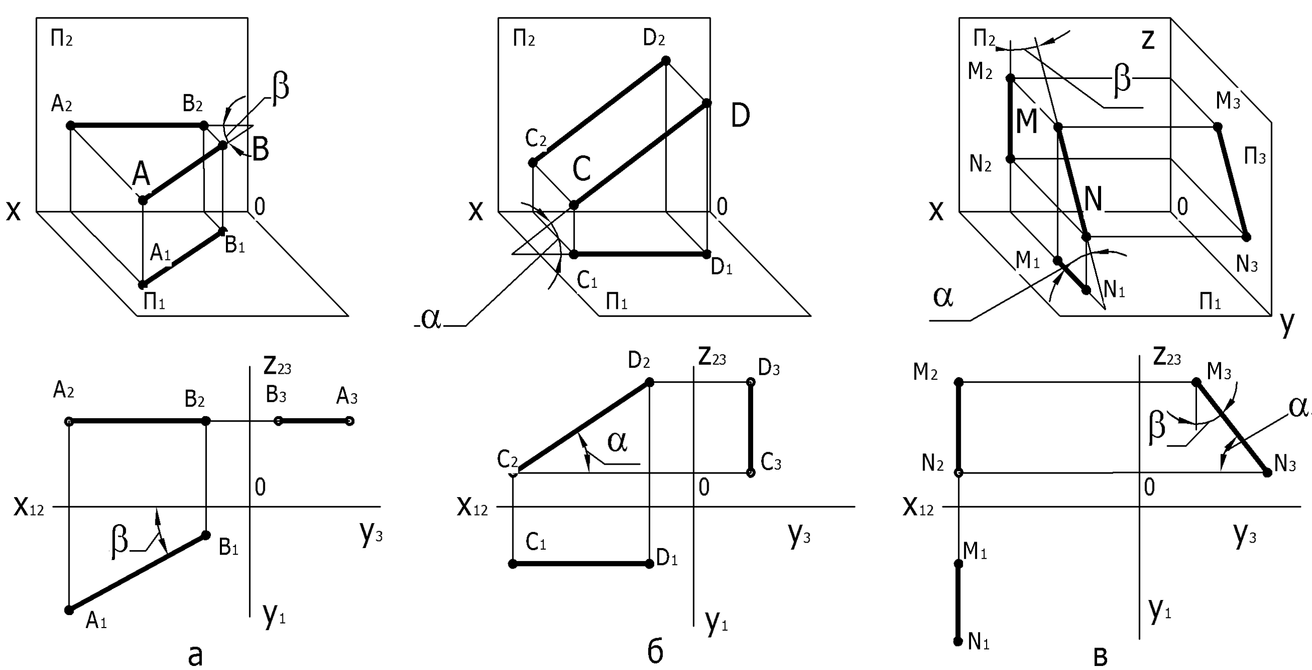


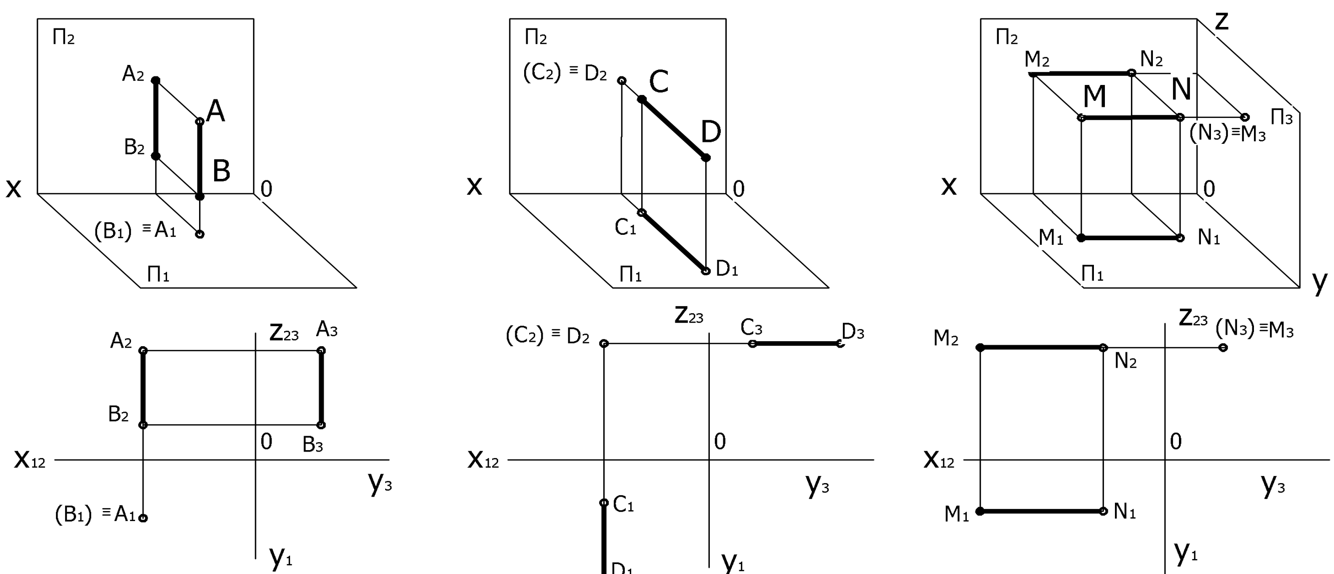
Рис. 1.5

1.4. Властивості прямих рівня

A_1B_1 – горизонтальна проек- C_1D_1 – горизонтальна проек- $M_2N_2 \perp X_{12}$

ція горизонталі (ГПГ)	ція фронталі (ГПФ)	$M_1N_1 \perp X_{12}$
A_2B_2 – фронтальна проекція горизонталі (ФПГ)	C_2D_2 – фронтальна проекція фронталі (ФПФ)	$M_3N_3 = \vert MN \vert$
ФПГ ‖ X_{12}	ГПФ ‖ X_{12}	
$A_1B_1 = \vert AB \vert$	$C_2D_2 = \vert CD \vert$	
Кут нахилу AB до π_2 - β	Кут нахилу AB до π_1 – α	

Проекціювальними називаються прямі, перпендикулярні одній з площин проекцій, тобто паралельні двом іншим площинам. Пряма AB (рис. 1.6, а), перпендикулярна до площини проекцій $П_1$, називається горизонтально-проекціювальною прямою; пряма CD (рис. 1.6, б), перпендикулярна до площини проекцій $П_2$, називається фронтально-проекціювальною прямою; пряма MN (рис. 1.6, в), перпендикулярна до площини проекцій $П_3$, називається профільно-проекціювальною прямою.



а б в

Рис. 1.6

1.5. Властивості проекціювальних прямих

$A_2B_2=A_3B_3 = \vert AB \vert$	$C_1D_1= C_3D_3= \vert CD \vert$	$M_2N_2=M_1N_1= \vert MN \vert$
$A_2B_2 \perp X_{12}$	$C_1D_1 \perp X_{12}$	M_2N_2 ‖ X_{12}; M_1N_1 ‖ X_{12}

Якщо пряма лежить у площині проекцій, то одна її проекція (однойменна) співпадає з самою прямою, а дві інші – з осями. Наприклад, пряма АВ (рис. 1.7) лежить у площині $П_1$. Таку пряму називають нульовою горизонталлю, бо висота її точок дорівнює нулю. CD (рис. 1.7) – нульова фронталь.

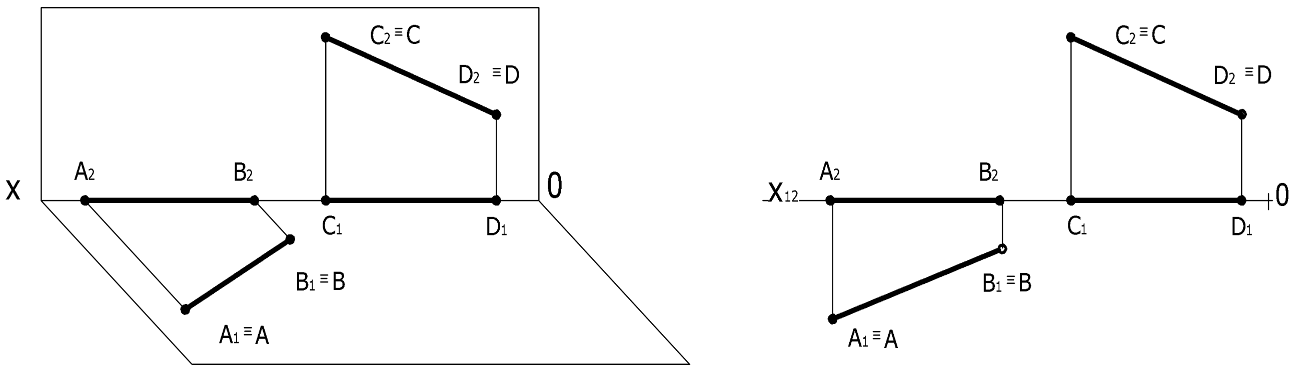


Рис. 1.7

1.6. Проекції площин. Класифікація площин

Площина – найпростіша поверхня, з будь-яким напрямком якої суміщається пряма лінія. На кресленні площина може бути задана визначником, відсіком або обрисом.

Визначник – це сукупність мінімального числа ліній і точок, а також додаткових умов, за допомогою яких зображують площину.

Відсік – деяка частина площини, обмежена якимсь довільним контуром.

Обрис – контур видимої частини Г.Ф.

На комплексному кресленні площина може бути задана:

- проекціями трьох точок, що не лежать на одній прямій (рис. 1.8, а);
- проекціями прямої і точки, яка не належить даній прямій (рис. 1.9, б);
- проекціями прямих, що перетинаються, або двох паралельних прямих (рис. 1.8, в,г);
- проекціями плоскої фігури (рис. 1.9);
- слідами площини (рис. 1.10).

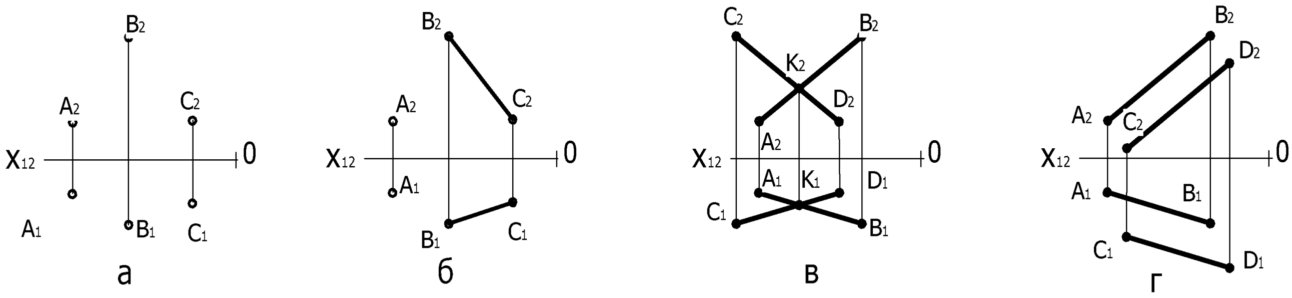
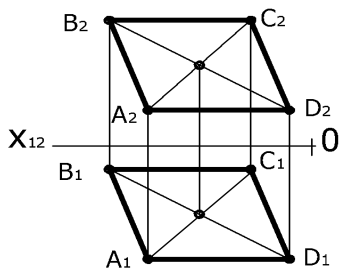


Рис. 1.8



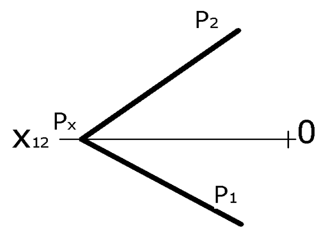


Рис. 1.9 Рис. 1.10

Слідами площини називаються лінії перетину площини з площинами проекцій (рис. 1.11).

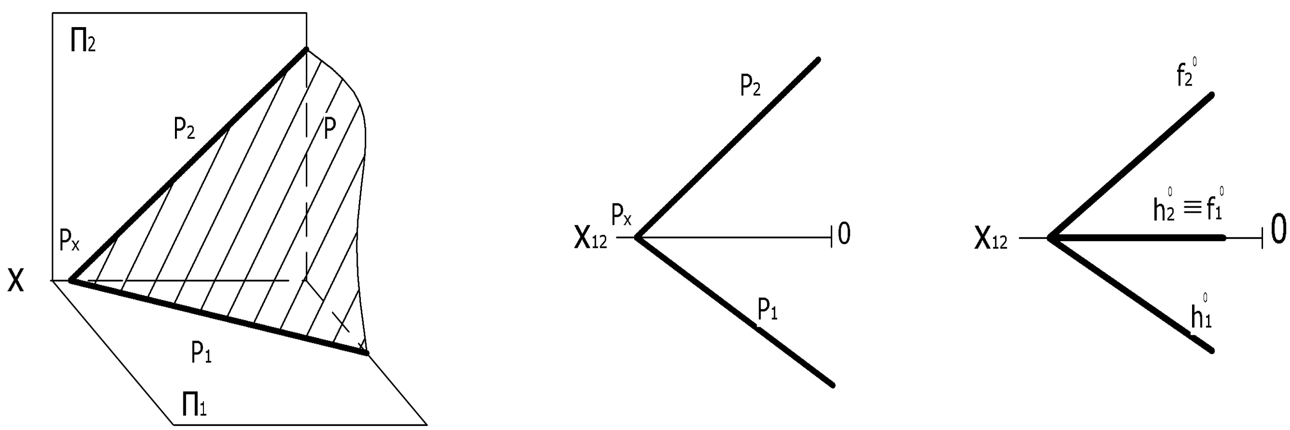


Рис. 1.11

$P \cap П_1 = P_1$ – горизонтальний слід;

$P \cap П_2 = P_2$ – фронтальний слід;

$P_1 \cap P_2 = P_x$ – точка збігу слідів.

Горизонтальний слід P_1 збігається зі своєю горизонтальною проекцією, а фронтальна проекція – з віссю OX_{12}. Аналогічно, фронтальний слід P_2 збігається зі своєю фронтальною проекцією, а його горизонтальна проекція – з віссю OX_{12}.

Класифікація площин – це характерне розташування площини відносно площин проекцій. У просторі площини можуть займати загальне і окреме положення.

Площина загального положення – це площина, яка не паралельна і не перпендикулярна жодній площині проекцій (рис. 1.11).

Площини окремого положення поділяють на:

- проекціювальні – площини, перпендикулярні до однієї площини проекцій (рис. 1.12, 1.13, 1.14);
- рівня – площини, паралельні одній площині проекцій (рис. 1.15 а,б,в).

Проекціювальні площини

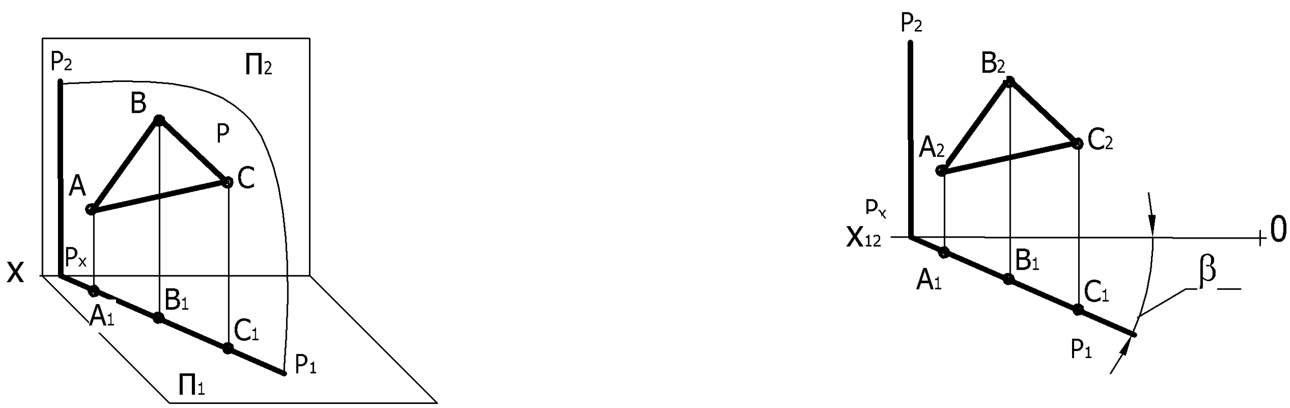


Рис. 1.12

Властивості горизонтально-проекціювальної площини

$P \perp П_1$ – горизонтально-проекціювальна площина (рис.1.12);

$P_2 \perp X_{12}$;

β – кут нахилу площини P до $П_2$.

Горизонтальні проекції точок, прямих, геометричних фігур, які належать горизонтально- проекціювальній площині, лежать на горизонтальному сліді цієї площини. Ця властивість називається збиральною ($A_1B_1C_1 \subset P_1$) .

Рис. 1.13

Властивості фронтально-проекціювальної площини

$R \perp П_2$ – фронтально- проекціювальна площина (рис.1.13);

$R_1 \perp X_{12}$;

α – кут нахилу площини R до $П_1$.

Фронтальний слід володіє збиральною властивістю ($A_2B_2C_2 \subset R_2$).

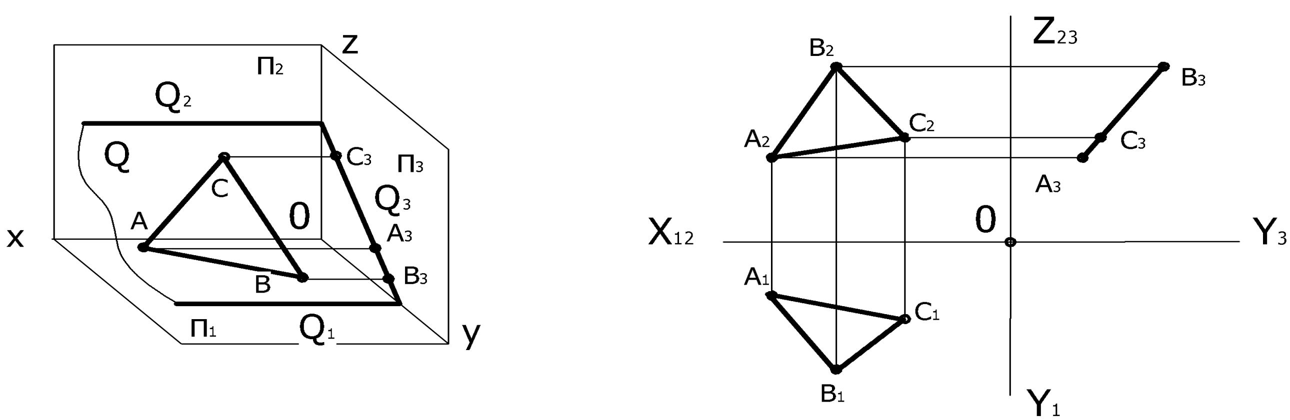


Рис. 1.14

Властивості профільно- проекціювальної площини

$Q \perp П_3$ – профільно- проекціювальна площина (рис.1.14);

$Q_1, Q_2 \,||\, X_{12}$.

Профільний слід володіє збиральною властивістю ($A_3B_3C_3 \subset Q_3$).

Площини рівня

Площина, яка перпендикулярна до двох площин проекцій і, як наслідок, паралельна третій площині проекцій, має назву площини рівня (рис. 1.15).

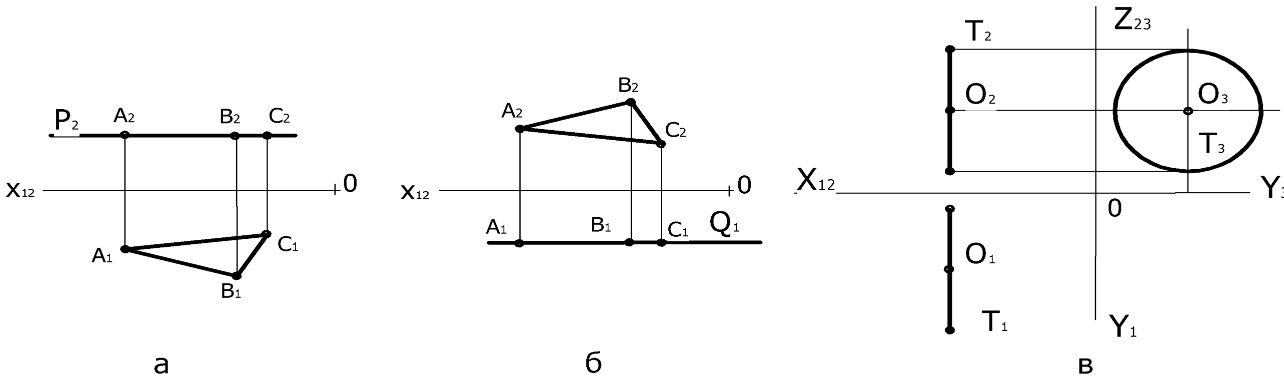


Рис. 1.15

Властивості площини рівня

$P(\Delta ABC) \parallel \Pi_1$ – горизонтальна площина; $A_2B_2C_2 \subset P_2$; $P_2 \parallel X_{12}$; $\Delta A_1B_1C_1 = |\Delta ABC|$;

$Q \parallel \Pi_2$ – фронтальна площина; $A_1B_1C_1 \subset Q_1$; $Q_1 \parallel X_{12}$; $\Delta\, A_2B_2C_2 = |\Delta ABC|$;

$T \parallel \Pi_3$ – профільна площина; $T_1, T_2 \perp X_{12}$.

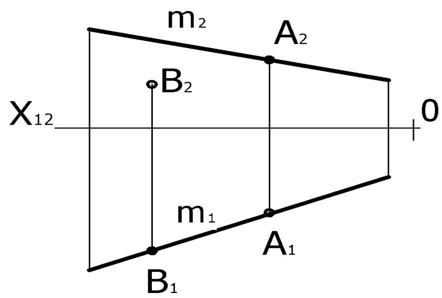
Будь-яка фігура, що належить площині рівня, має дві проекції, що збігаються зі слідами площини (збиральна властивість).

2. ВЛАСТИВОСТІ ПРОЕКЦІЙ ПАР ГЕОМЕТРИЧНИХ ФІГУР

2.1. Способи перетворення проекцій

Точка і пряма

Точка належить прямій, якщо її проекції належать проекціям прямої і не належить прямій, якщо хоча б одна її проекція не належить проекції прямої (рис. 2.1).



$$A \in m \rightarrow \begin{cases} A_2 \in m_2 \\ A_1 \in m_1 \end{cases};$$

$$B \notin m$$

Рис. 2.1

Дві прямі

Дві прямі в просторі одна відносно другої можуть бути взаємно-паралельними, перетинатися і бути мимобіжними.

- якщо прямі в просторі паралельні, то їх однойменні проекції на будь-яку площину також паралельні (рис. 2.2, а).
- якщо прямі в просторі перетинаються, то на комплексному кресленні точки перетину однойменних проекцій розташовані на одній лінії проекційного зв'язку (рис. 2.2, б).
- якщо дві прямі в просторі не паралельні між собою і не перетинаються, то такі прямі називаються мимобіжними.Точки перетину однойменних проекцій у мимобіжних прямих лежать на різних перпендикулярах до осі OX (рис. 2.2., в). Точки, проекції яких співпадають на одній площині проекції, називаются конкуруючими (рис. 18 в) – точка 1 і точка 2, точка 3 і точка 4.

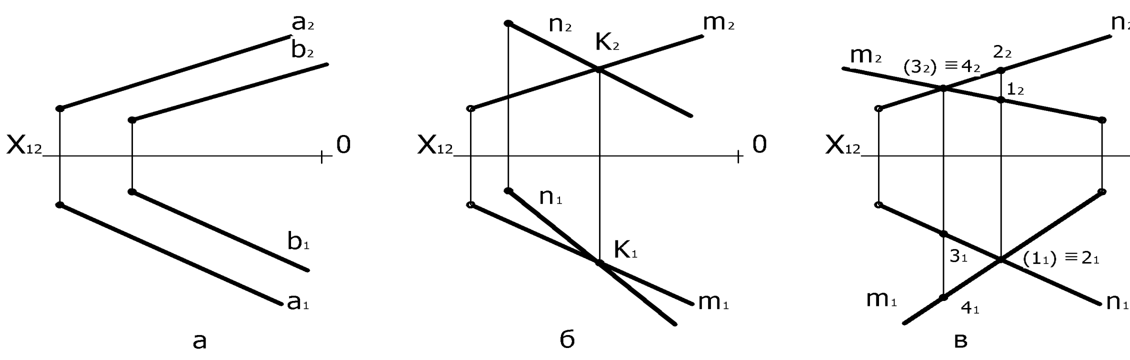


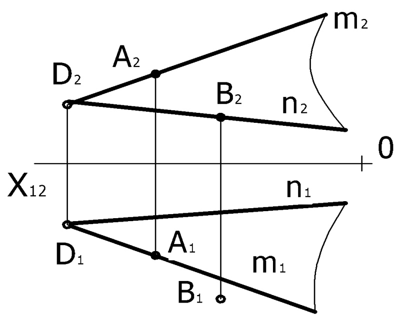
Рис. 2.2

$a \| в$; $a_2 \| в_2$; $a_1 \| в_1$ $m \cap n$; $m_1 \cap n_1 = K_1$; $m_2 \cap n_2 = K_2$; $m \div n$; $1,4 \in m$; $2,3 \in n$

$K_2K_1 \perp OX$

Точка і площина

Точка може належати площині або не належати їй. Це визначається за допомогою прямої, яка проходить через точку та інцидентна (належить) площині (рис. 2.3).



$$A \in \Phi(m \cap n)\begin{cases} A \in m \\ m \subset \Phi(m \cap n) \end{cases}$$

$$B \notin \Phi$$

Рис. 2.3

Пряма і площина. Дві площини

Пряма може:

- належати площині;
- бути паралельна площині;
- перетинати площину.

Пряма належить площині, якщо вона проходить через дві точки, що належать цій площині (рис. 2.4, а, б).

Пряма належить площині, якщо вона проходить через точку, що лежить у площині і паралельна інший прямій цієї площини (рис. 2.4, в).

До головних прямих площин відносяться прямі рівня, що належать площині і паралельні будь-якій площині проекцій – горизонталі і фронталі (рис. 2.4, а, б).

Горизонталь площини – це лінія, що належить площині і паралельна горизонтальній площині проекцій Π_1.

Фронталь площини – це лінія, що належить площині та паралельна фронтальній площині проекцій Π_2.

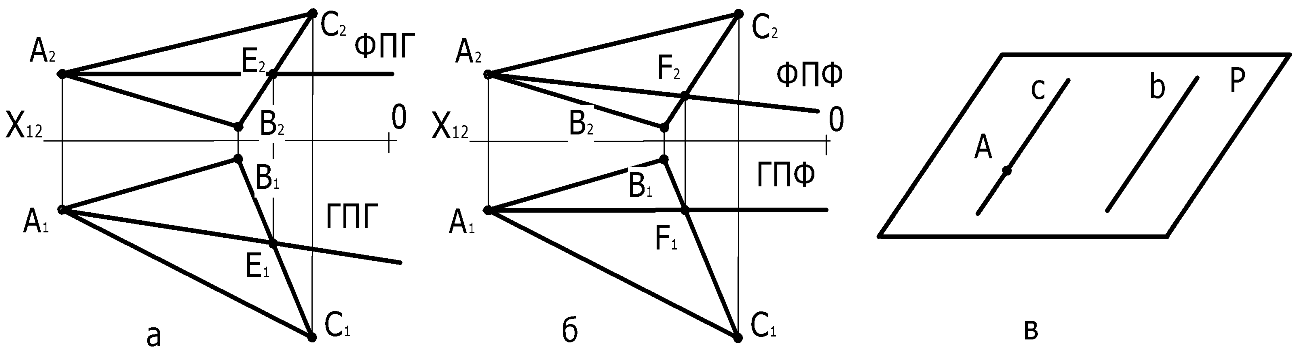


Рис. 2.4

$$AE \subset ABC \rightarrow \begin{cases} A \in ABC \\ E \in ABC \end{cases}$$

$$(c \subset P) \rightarrow \begin{cases} A \in c \\ c \parallel в \\ в \subset P \end{cases}$$

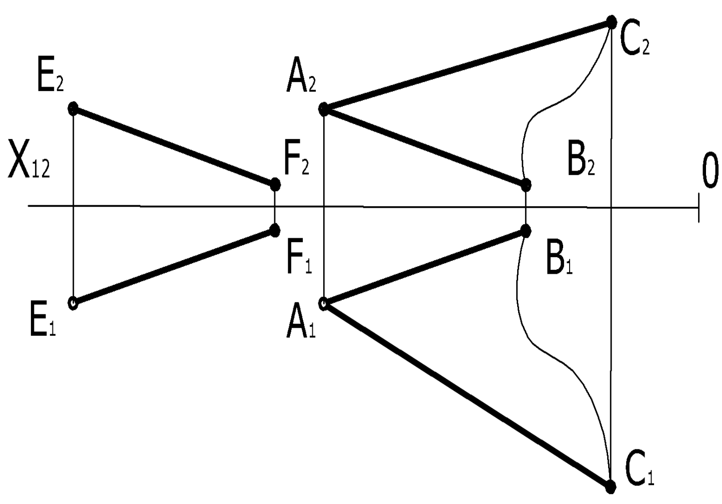
$$AF \subset ABC \rightarrow \begin{cases} A \in ABC \\ F \in ABC \end{cases}$$

AE ‖ $П_1$ – горизонталь;

AF ‖ $П_2$ – фронталь.

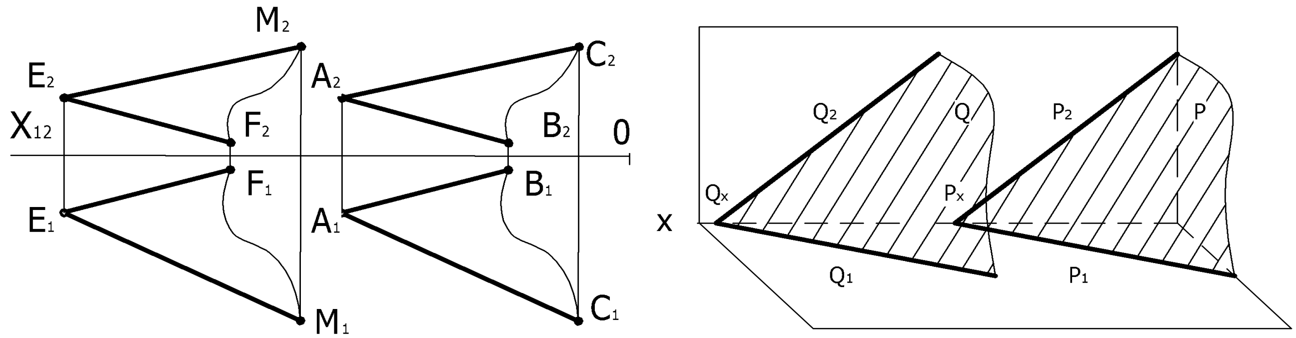
Пряма паралельна площині, якщо вона паралельна будь-якій прямій, що лежить у цій площині.

ПРИКЛАД:



Дві площини паралельні, якщо дві прямі, що перетинаються – однієї площини паралельні двом прямим, що перетинаються – другої площини.

ПРИКЛАД:



Дві площини можуть перетинатись. Лінія перетину площин визначається двома точками, які одночасно належать заданим площинам. Тут можливі три випадки:

1) площини є проекціювальними відносно однієї й тієї самої площини проекцій;
2) одна з площин – проекціювальна, або рівня, а друга – загального положення;
3) обидві площини є площинами загального положення.

У першому та другому випадках лінія перетину вже є на одній з проекцій і за нею знаходять другу проекцію лінії (рис. 2.5, а, б).

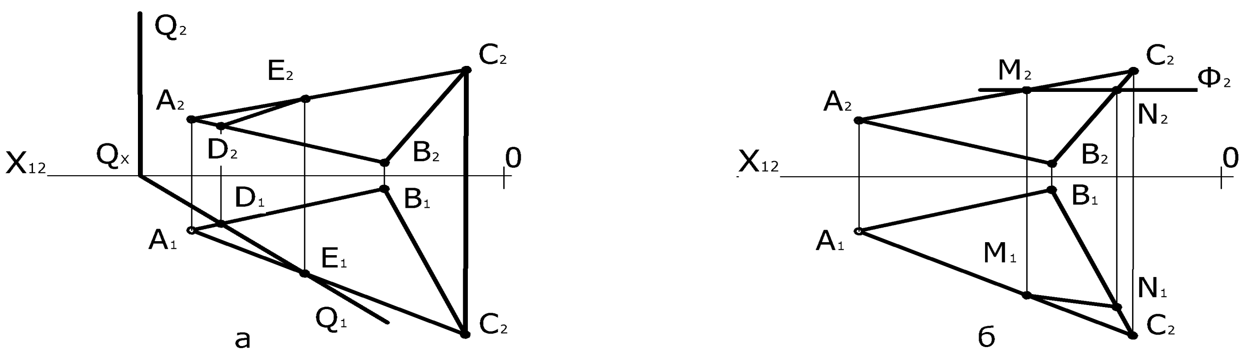


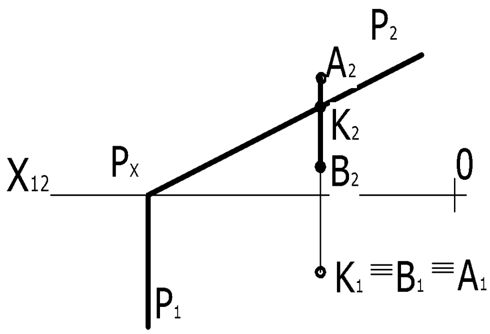
Рис. 2.5

$\Delta ABC \cap (Q \perp \Pi_1) = DE$; Q_1 – володіє збиральною властивістю $D_1E_1 \subset Q_1$;

$\Delta ABC \cap (\Phi \parallel \Pi_1) = MN$; $M_2N_2 \subset \Phi_2$ (збиральна властивість).

При розв’язанні задачі на перетин прямої з площиною розглядають три випадки розміщення фігур:

1. Фігури є проекціювальними відносно різних площин проекцій (рис. 2.6).



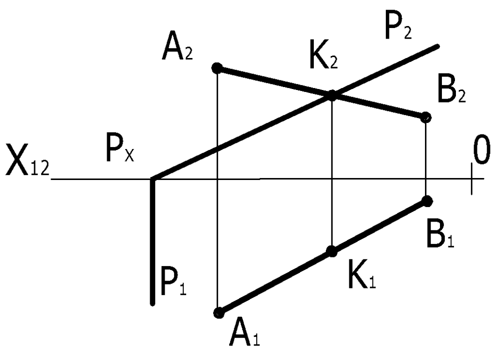
$P \perp П_2$;

$AB \perp П_1$;

Точка перетину прямої з площиною визначається на підставі інцидентності.

Рис. 2.6

2. Одна з фігур, що перетинається, є проекціювальною, а друга – загального положення (рис. 2.7).



$P \perp П_2$;

AB – загального положення;

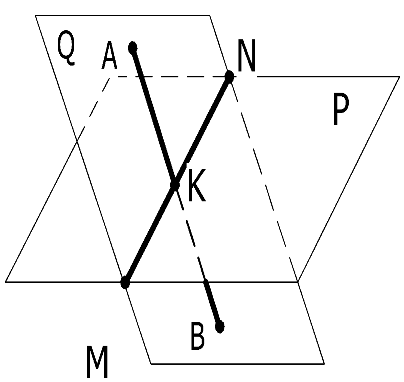
K_2 – визначається на підставі інцидентності;

K_1 – за вертикальною відповідністю;

$K_1 \in A_1B_1$.

Рис. 2.7

3. Обидві фігури займають загальне положення (рис. 2.8).



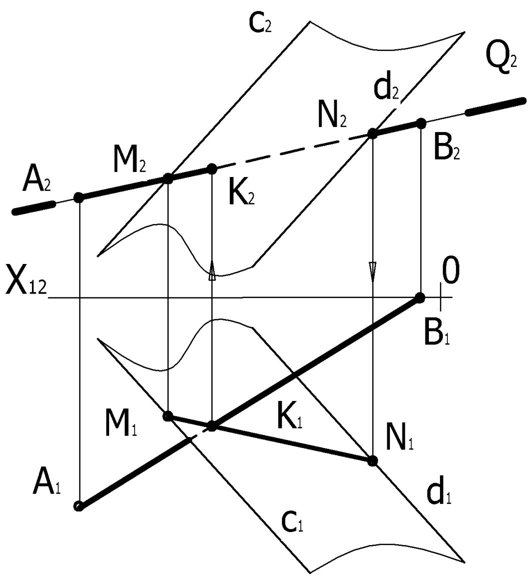
Для побудови точки перетину:

1. Пряму поміщають у допоміжну площину (Q).
2. Знаходять лінію перетину заданої площини з допоміжною.
3. Визначають точку перетину двох прямих (заданої та лінії перетину):

а) $AB \subset Q$; б) $MN = P \cap Q$; в) $K = MN \cap AB$.

Рис. 2.8

ПРИКЛАД: Побудувати точку перетину прямої загального положення з площиною загального положення.

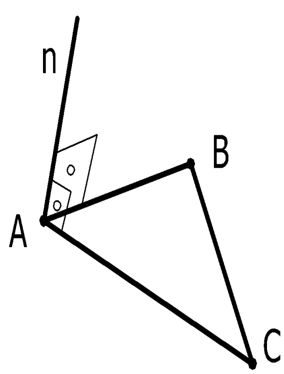


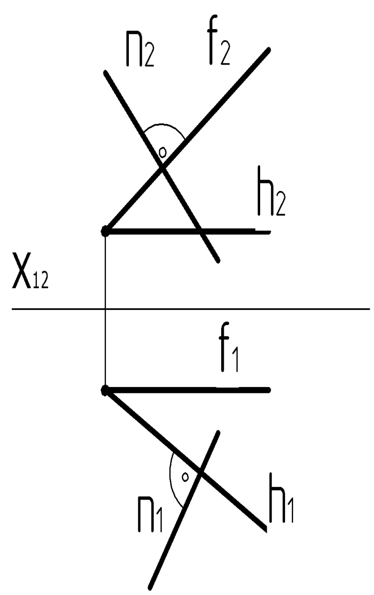
Через пряму АВ проводимо фронтально проекцювальну площину Q ($A_2B_2 \equiv Q_2$).

Знаходимо лінію перетину (MN) заданої площини з допоміжною. Фронтальна проекція $M_2N_2 \equiv Q_2$. Визначаємо горизонтальну проекцію M_1 N_1. У перетині A_1B_1 з M_1N_1 знаходимо горизонтальну проекцію шуканої точки K_1– перетин прямої з площиною. Фронтальну проекцію (K_2) шуканої точки визначають за вертикальною відповідністю. Видимість прямої визначаємо за допомогою конкуруючих точок.

Пряма перпендикулярна до площини, якщо вона перпендикулярна двом прямим цієї площини, що перетинаються.

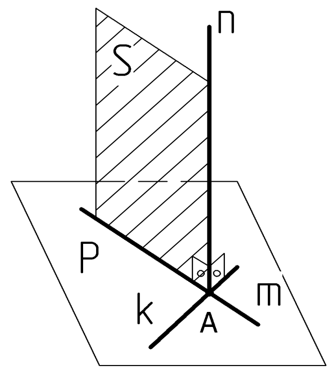
ПРИКЛАД:

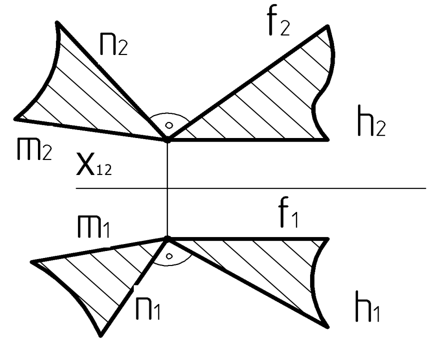




Дві площини перпендикулярні між собою, якщо одна з них проходить через пряму, яка перпендикулярна до другої площини.

ПРИКЛАД:





Способи перетворення проекцій

Відомо, що при розміщенні фігури, паралельно будь-якій площині проекцій, вона проекціюється на цю площину в дійсну величину. В усіх інших випадках елементи фігури (площини) проекціюються зі спотворенням, через що визначення їх справжніх величин ускладнюється.

Для простого і зручного розв'язування задач користуються способами перетворення проекцій.

Сутність методів перетворення

Сутність методів перетворення полягає в зміні взаємного положення Г.Ф. і площин проекцій для того, щоб Г.Ф. займали окреме положення.

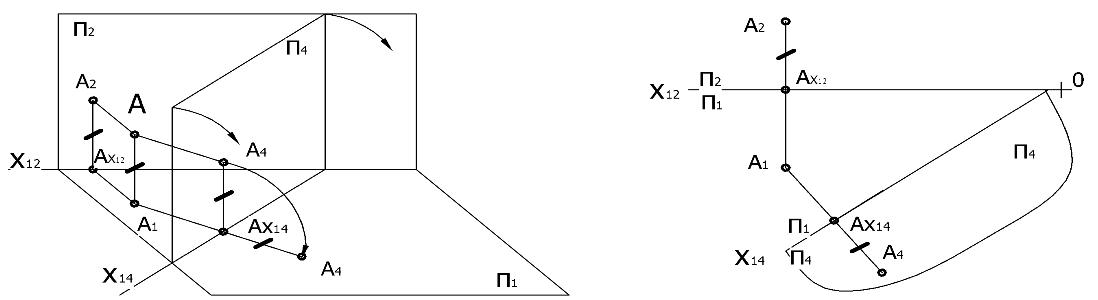
До основних методів відносяться:

1. Метод заміни площин проекцій (об'єкт проекціювання залишають незмінним, змінюють саму систему площин проекцій).
2. Метод плоско-паралельного переміщення (система площин проекцій лишається незмінною, а нові проекції фігури утворюються внаслідок обертання її навколо вибраних осей).

Метод заміни площин проекцій

Сутність методу заміни площин проекцій полягає в тому, що положення точок, ліній, плоских фігур у просторі залишається незмінним, а змінюються щодо них площини проекцій. Замість однієї з існуючих площин проекцій вводиться нова, при цьому перпендикулярність між площинами зберігається.

Розглянемо точку А в системі площин $П_1$ та $П_2$ (рис. 2.9). Введемо нову вертикальну площину $П_4$, слід якої на площині $П_1$ є x_{14}. Цим самим від системи площин проекцій $\frac{П_2}{П_1}$ перейдемо до системи $\frac{П_4}{П_1}$. При цьому горизонтальна проекція точки не зміниться, а фронтальною проекцією стане точка A_4. Як бачимо, відстань від проекції A_2, що замінюється, до осі x_{12} дорівнює відстані від нової проекції A_4 до нової осі x_{14}. Цю саму операцію показано на комплексному кресленні.



$A_2Ax_{12} = AA_1 = A_4Ax_{14}$

$A_1Ax_{14}A_4$ – лінія зв'язку

$A_1A_4 \perp X_{14}$

$$X_{12}\frac{\pi_2}{\pi_1} \rightarrow X_{14}\frac{\pi_4}{\pi_1}$$

Рис. 2.9

Отже, при заміні фронтальної площини проекцій незмінними залишаються координати Z точок фігури.

Висновки:

- при заміні (фронтальної) площини проекцій ($П_2$) на нову площину $П_4$ одна (горизонтальна A_1) проекція точки залишається незмінною.
- щоб визначити нову (фронтальну A_4) проекцію, треба з незмінної (горизонтальної A_1) проекції провести перпендикуляр до нової осі X_{14} і

відкласти на ньому відрізок, що дорівнює відстані заміненої проекції від попередньої осі.

Заміну можна робити послідовно кілька разів до одержання бажаної проекції.

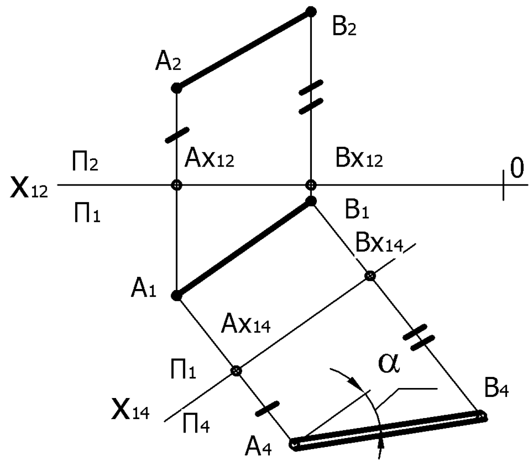
2.2. Типові задачі методу заміни площин проекцій

Перетворення прямої загального положення в пряму рівня

Щоб знайти справжню величину відрізка прямої АВ, замінюють фронтальну площину проекцій $П_2$ новою вертикальною площиною $П_4$ так, щоб вона була паралельна відрізку АВ і залишалась перпендикулярною до площини проекцій $П_1$ (рис. 2.10).

На площину $П_4$ відрізок спроекціюється в натуральну величину. Проекцію A_4B_4 на комплексному кресленні (рис. 2.10) будують в такій послідовності:

- на довільній відстані від A_1B_1 проводять нову вісь X_{14}, паралельну горизонтальній проекції відрізка;
- з проекцій A_1 і B_1 проводять лінії проекційного зв'язку в системі площин $\frac{П_1}{П_4}$, перпендикулярні осі X_{14};
- на продовженні цих ліній від нової осі (X_{14}) відкладають відрізки, які дорівнюють координатам Z точок А і В, що виміряють на площині проекцій $П_2$;
- відрізок A_4B_4 є натуральною величиною відрізка АВ, оскільки він паралельний новій площині проекцій $П_4$.



$X_{12}\frac{\pi_2}{\pi_1} \rightarrow X_{14}\frac{\pi_4}{\pi_1}$; $П_4 \parallel AB$; $X_{14} \parallel A_1B_1$

У системі $X_{14}\frac{\pi_4}{\pi_1}$ AB – фронталь

$B_2Bx_{12} = Bx_{14}B_4$ $A_2Ax_{12} = Ax_{14}A_4$

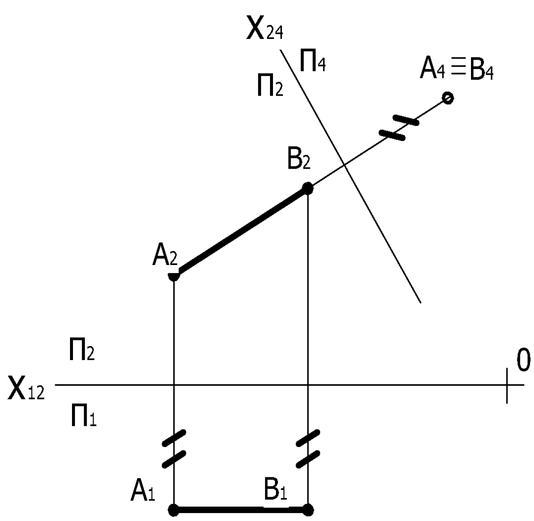
$A_4B_4 = |AB|$ α – кут нахилу прямої до π_1

Рис. 2.10

Вищевикладеними побудовами визначаються:

- натуральна величина відрізка;
- кути нахилу прямої до площин проекцій.

Перетворення прямої рівня в проекціювальну



$X_{12}\frac{\pi_2}{\pi_1} \rightarrow X_{24}\frac{\pi_2}{\pi_4}$; $\pi_4 \perp AB$; $X_{24} \perp A_2B_2$

Щоб пряма зайняла проекціювальне положення, досить перпендикулярно до прямої рівня провести нову площину $П_4$, її слідом буде X_{24} (рис. 2.11). Проекція прямої у вигляді точки розміститься від осі X_{24} на відстані, що дорівнює відстані від проекції A_1B_1 до осі X_{12}.

При перетворенні прямої загального положення в проекціювальну послідовно здійснюються дві заміни площин проекцій.

Рис. 2..11

Типові задачі, розв'язувані перетворенням прямої в проекціювальну:

- визначення відстані від точки до прямої;
- визначення відстані між двома паралельними прямими;

- визначення відстані між двома мимобіжними прямими.

Перетворення площини загального положення в проекцію вальну

Щоб перевести відсік у проекціювальне положення, необхідно й достатньо, щоб будь- яка пряма, що належить йому, спроекціювалася в точку. За таку пряму доцільно взяти лінію рівня, бо для її перетворення в точку досить однієї заміни. На рис. 2.12 у відсіку проведено горизонталь CD, нову вертикальну площину $П_4$ взято перпендикулярно до площини θ(ΔABC), її слід проводити перпендикулярно до горизонтальної проекції горизонталі (C_1D_1). При цьому відсік перетворився у фронтально-проекціювальну площину і спроекціювався у відрізок прямої A_4B_4 $X_{12}\dfrac{\pi_2}{\pi_1} \rightarrow X_{14}\dfrac{\pi_4}{\pi_1}$; $\pi_4 \perp ABC$; $X_{14} \perp$ ГПГ;

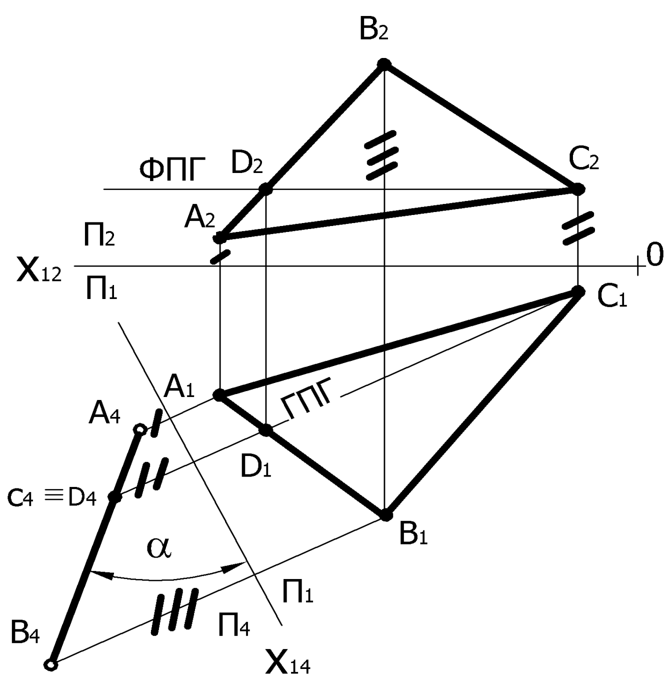


Рис.2.12

Типові задачі:

- визначення відстані від точки до площини;
- визначення кутів нахилу площини до площин проекцій.

Перетворення проекціювальної площини у площину рівня

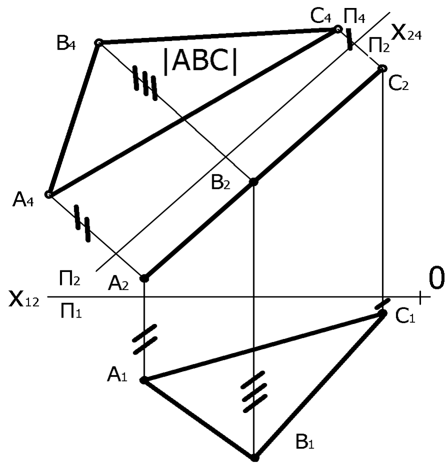


Рис. 2.13

При заміні вісь X_{24} проводять паралельно A_2C_2 і від осі відкладають відрізки, що дорівнюють відстані від точок горизонтальної проекції до осі X_{12} (рис. 2.3).

$$X_{12}\frac{\pi_2}{\pi_1} \to X_{24}\frac{\pi_2}{\pi_4}\text{ ; } \Pi_4 \parallel \Delta ABC;$$

$$X_{24} \parallel A_2C_2 \quad A_4B_4C_4 = |ABC|$$

Типові задачі:

- визначення натуральних величин плоских фігур;
- геометричні побудови на базі натуральної величини плоскої фігури.

При перетворенні площини загального положення в площину рівня послідовно здійснюються дві заміни площин проекцій.

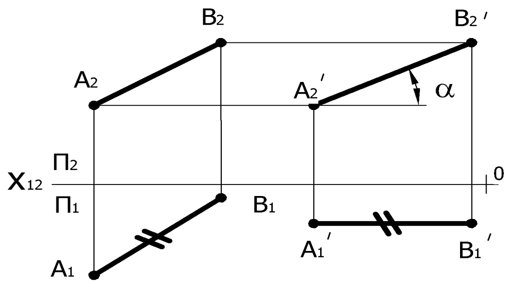
Метод плоско-паралельного переміщення

Плоско-паралельним переміщенням називається такий рух фігури в просторі, при якому всі її точки переміщуються в площинах, паралельних між собою і паралельних одній із площин проекцій до моменту, коли вона займе окреме положення щодо площин проекцій. Оскільки положення осі обертання не впливає на остаточний результат, то вибір її довільний.

Щоб встановити відрізок прямої загального положення в положення, паралельне фронтальній площині проекцій, треба повернути його навколо "невиявленої" горизонтально-проекціювальної осі і на полі Π_2 дістати натуральну величину відрізка AB (рис. 2. 14).

Для цього горизонтальну проекцію A_1B_1, не змінюючи її величини, розташовують на вільному полі креслення, паралельно осі проекцій X_{12} ($A'_1B'_1 = A_1B_1$). З фронтальних проекцій точок A_2 і B_2 проводять прямі, паралельні осі X_{12}, до перетину з вертикальними лініями проекційного зв'язку, проведеними з точок A'_1 і B'_1.

$A'_2B'_2$ – фронтальна проекція переміщенного відрізка АВ – дорівнює натуральній (дійсній) величині відрізка. Кут α є кутом нахилу прямої АВ до горизонтальної площини проекцій.



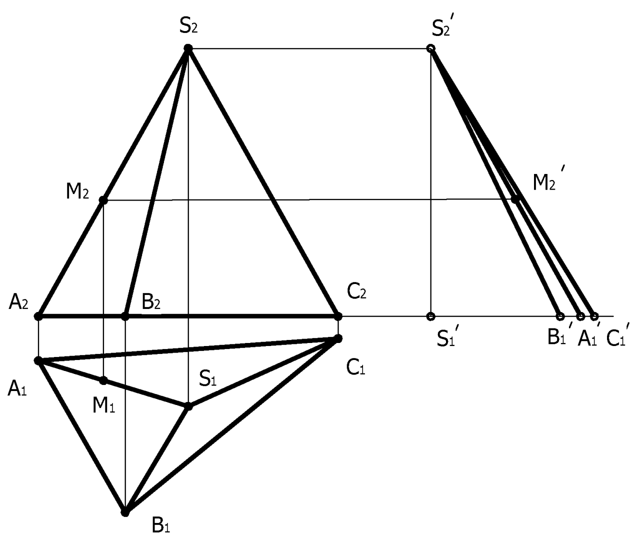
$A'_1B'_1 = A_1B_1$;

$A'_1B'_1 \parallel X_{12}$; $A_2A'_2 \parallel X_{12}$; $B_2B'_2 \parallel X_{12}$

$AB \parallel \Pi_2$; $A'_2B'_2 = |AB|$.

Рис. 2.14

ПРИКЛАД: Побудувати дійсну величину ребер піраміди SABC.



$S'_1A'_1 = S_1A_1$; $S'_1B'_1 = S_1B_1$;

$S'_1C'_1 = S_1C_1$

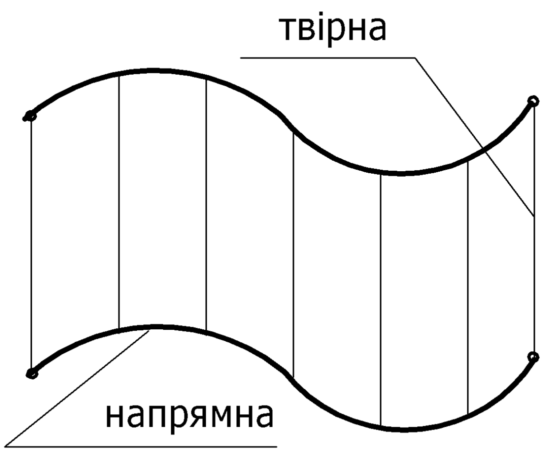
$S'_2B'_1$, $S'_2A'_1$, $S'_2C'_1$ – дійсні величини ребер.

$M \in SA$, $S'_2M'_2$ – дійсна величина відрізка SM.

3. ПОВЕРХНІ

3.1. Поверхні. Способи утворення поверхонь на кресленні

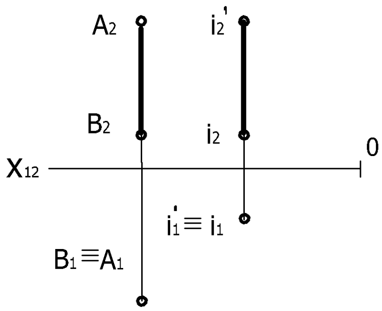
Поверхню зручно розглядати як сукупність послідовних положень певної лінії (твірної), що переміщується в просторі за визначеним законом. Закон переміщення твірної доцільно задавати у вигляді сімейства ліній (напрямні), по яких переміщуються твірні (рис. 3.1). Описаний спосіб утворення поверхні називається кінематичним.



При кінематичному способі утворення поверхонь їх зручно задавати визначником. Визначником поверхні називають сукупність умов, необхідних і достатніх для задання поверхні. Визначник складається з двох частин: геометричної та алгоритмічної.

Рис. 3.1

Наприклад, для завдання циліндра обертання потрібні геометрична (вісь циліндра **і** та одна твірна АВ (рис. 3.2) і алгоритмічна (вказівка на те, що твірна обертається навколо осі) частини.



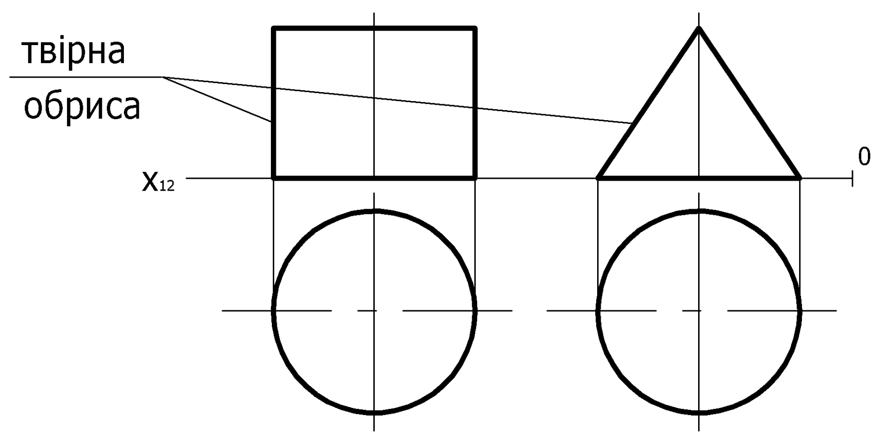


Рис. 3.2

Рис. 3.3

Крім того, поверхня може бути задана на кресленні обрисом (рис. 33). Геометричні фігури на рис. 3.3 мають лише геометричну частину. Поверхню вважають заданою в тривимірному просторі, якщо відносно будь-якої точки цього простору можна сказати, належить вона цій поверхні чи ні.

За формою твірної поверхні поділяються на лінійчаті (твірна пряма лінія) та нелінійчаті (твірна крива лінія).

Лінійчаті – призматичні, пірамідальні, циліндричні, конічні, торси, гвинтові та ін.

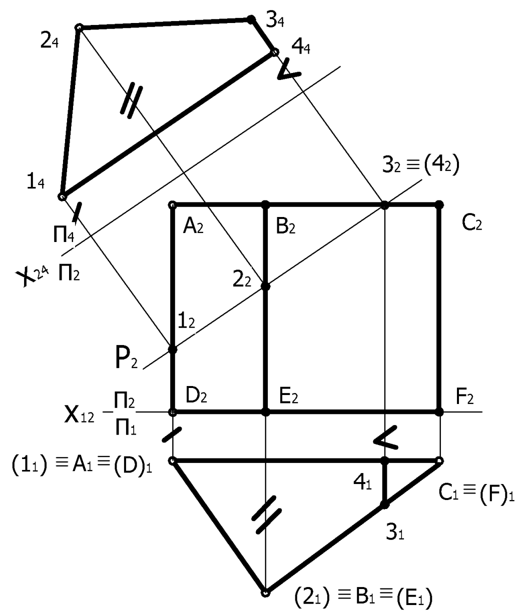
Нелінійчаті – поверхні обертання, поверхні паралельного перенесення та інші.

У залежності від того, чи можна сумістити відсік поверхні з площиною без розривів і складок, поверхні поділяються на розгортні та нерозгортні.

3.2. Перетин багатогранної поверхні площиною

При перетинанні багатогранної поверхні проекціювальною площиною у перерізі буде багатокутник, вершини якого знаходяться на ребрах, а сторони – лінії перетину його граней із січною площиною. Одна з проекцій перетину буде збігатися зі слідом січної площини.

ПРИКЛАД: Побудувати проекції лінії перетину трикутної призми фронтально-проекціювальною площиною Р (рис. 3.4). Побудувати натуральну величину фігури перерізу.



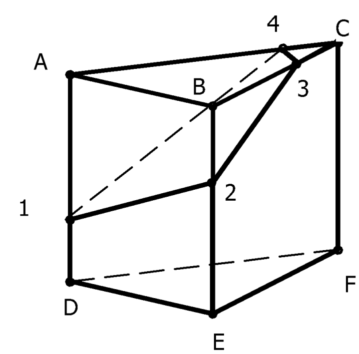


Рис. 3.4

У перерізі трикутної призми такою площиною буде чотирикутник, тому що січна площина перетинає верхню основу. Фронтальна проекція фігури перерізу збігається зі слідом січної площини, вершини чотирикутника будуть знаходитися на ребрах.

$1_2 2_2 3_2 4_2 \subset P_2$; $1 \in AD$; $2 \in BE$; $3 \in BC$; $4 \in AC$.

Горизонтальні проекції 1_1, 2_1 збігаються з горизонтальними проекціями відповідних ребер, а проекції 3_1 та 4_1 дістанемо, якщо проведемо вертикальні лінії зв'язку до перетину з горизонтальною проекцією верхньої основи призми.

Отже, $1_1 \equiv A_1 \equiv D_1$; $2_1 \equiv B_1 \equiv E_1$; $3_1 \in B_1C_1$; $4_1 \in A_1C_1$.

Натуральна величина перерізу визначається методом заміни площин проекцій.

Проводимо нову площину $П_4$, паралельно площині P. Вісь X_{24} проводимо паралельно P_2. З фронтальних проекцій точок $1_2, 2_2, 3_2, 4_2$ опускаємо перпендикуляр на нову вісь і відкладаємо на них відрізки, що дорівнюють відстані від точок $1_1, 2_1, 3_1, 4_1$ до осі X_{12} .

ПРИКЛАД: Побудувати проекції лінії перетину піраміди фронтально-проекціювальною площиною P. Побудувати натуральну величину фігури перерізу (рис. 3.5).

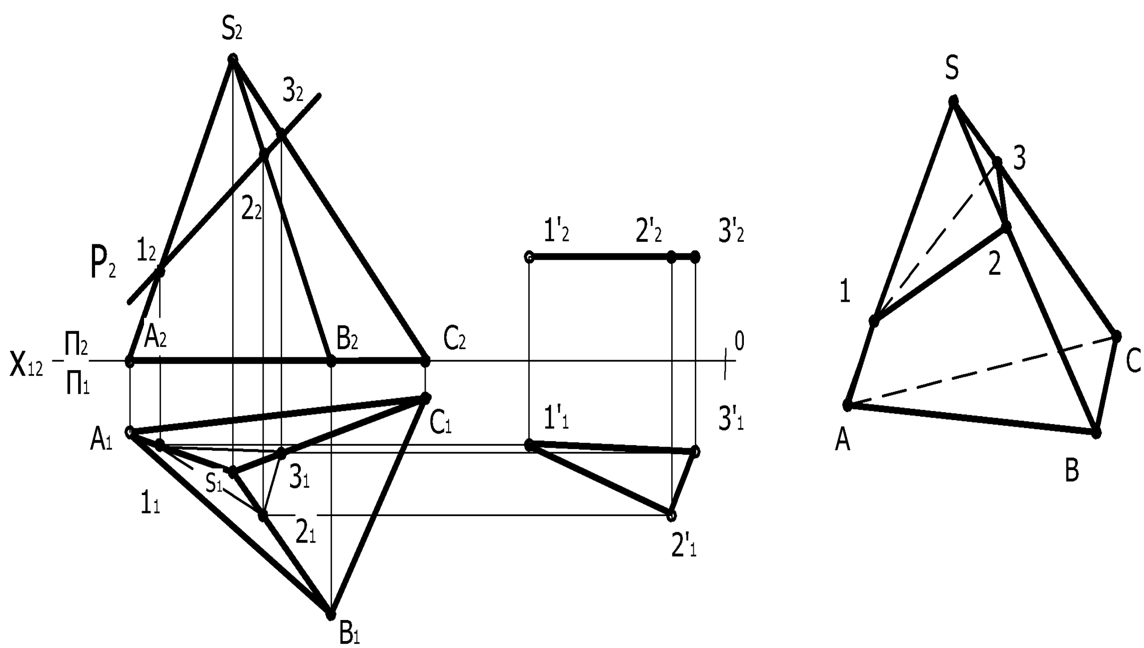


Рис. 3.5

У перетині трикутної піраміди такою площиною буде трикутник, фронтальна проекція якого збігається зі слідом січної площини $1_2 2_2 3_2 \subset P_2$.

Вершини трикутника будуть знаходитися на ребрах:

$1 \in SA$,

$2 \in SB$,

$3 \in SC$.

Отже $1_1 \in S_1A_1$,

$2_1 \in S_1B_1$,

$3_1 \in S_1C_1$.

Натуральну величину перерізу знаходимо методом плоско-паралельного переміщення. Поворотом навколо "невиявленої" фронтально-проекціювальної осі встановлюємо трикутник в горизонтальне положення $1'_2 2'_2 3'_2 = 1_2 2_2 3_2 \parallel X_{12}$. На площині Π_1 трикутник зобразиться в натуральну величину.

Перетин циліндричної поверхні площиною

При перетинанні прямого кругового циліндра площиною утворяться наступні лінії:

- коло – площина, перпендикулярна осі циліндра (P).
- прямокутник – січна площина, перпендикулярна основі (Ф, T).
- еліпс – площина, що нахилена до осі циліндра (R).

Неповний еліпс буде, якщо площина перетинає основу циліндра (N, Q) (рис. 3.6).

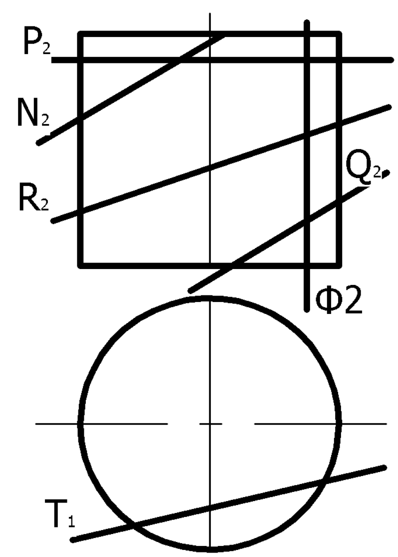


Рис. 3.6

ПРИКЛАД: Побудувати проекції лінії перетину циліндра проекціювальною площиною. Побудувати натуральний вид перерізу (Рис. 3.7).

У перетині циліндра такою площиною буде еліпс. Фронтальна проекція перетину збігається зі слідом площини.

$1_2 3_2 5_2 4_2 2_2 \subset P_2$. тому, що площина проекціювальна.

Горизонтальна проекція перерізу збігається з основою циліндра, тому що циліндр є горизонтально-проекціювальною поверхнею. Горизонтальна проекція циліндра має збиральну властивість. Натуральний вид перерізу визначимо методом заміни площин проекцій.

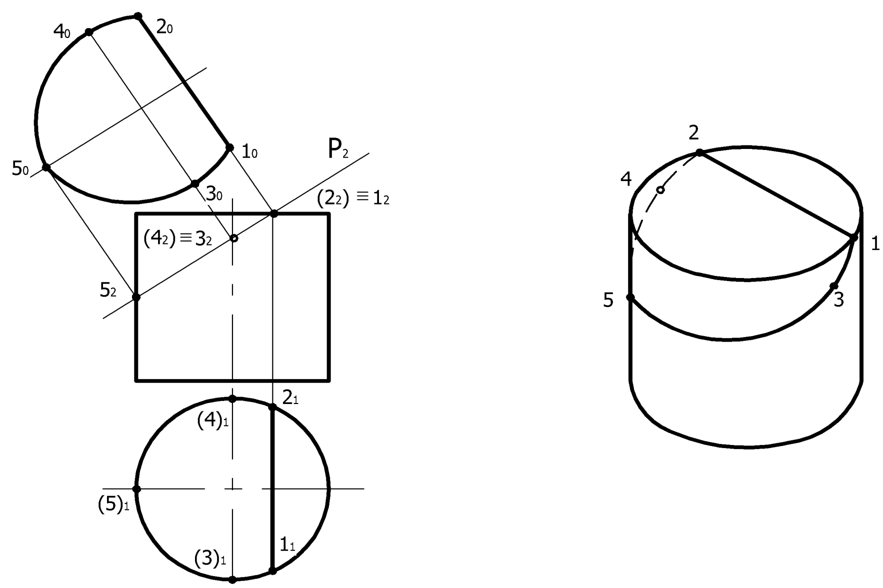


Рис. 3.7

Перетин конічної поверхні площиною

Конічні перерізи обмежені або кривою лінією другого порядку (коло, еліпс, гіпербола, парабола), або прямими лініями. При перетинанні прямого кругового конуса проекціювальними площинами утворюються наступні лінії (рис. 3.8):

а) коло – січна площина, перпендикулярна до осі конуса (Q);

б) трикутник – січна площина проходить через вершину конуса (P);

в) еліпс –– січна площина перетинає всі твірні конуса і нахилена до його осі (T);

г) парабола –– січна площина, паралельна одній з твірних конуса (R);

д) гіпербола ––січна площина, паралельна двом твірним (Φ).

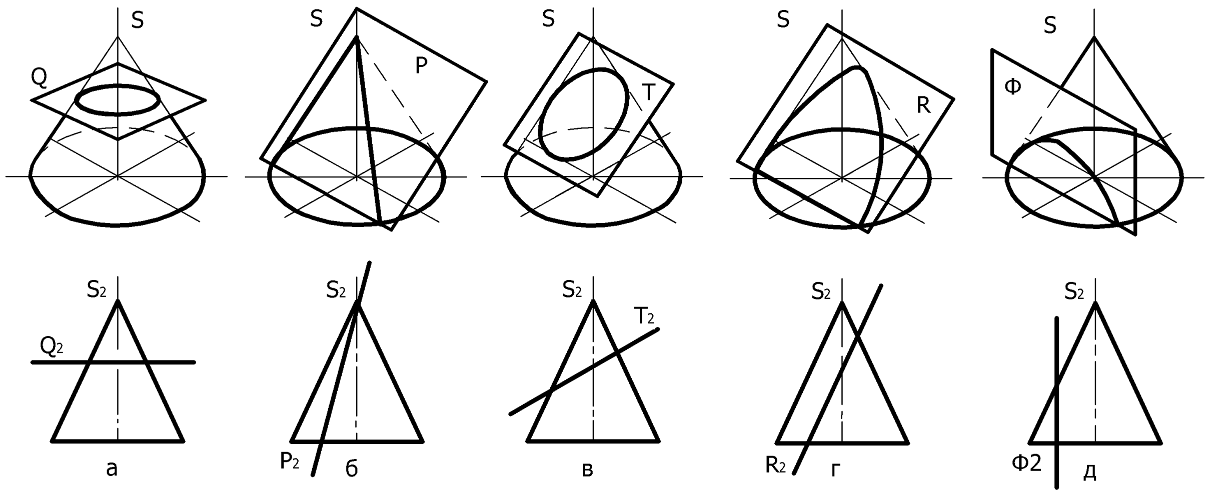


Рис. 3.8

ПРИКЛАД: Побудувати проекції перерізу прямого кругового конуса проекціювальною площиною Р (рис. 3.9).

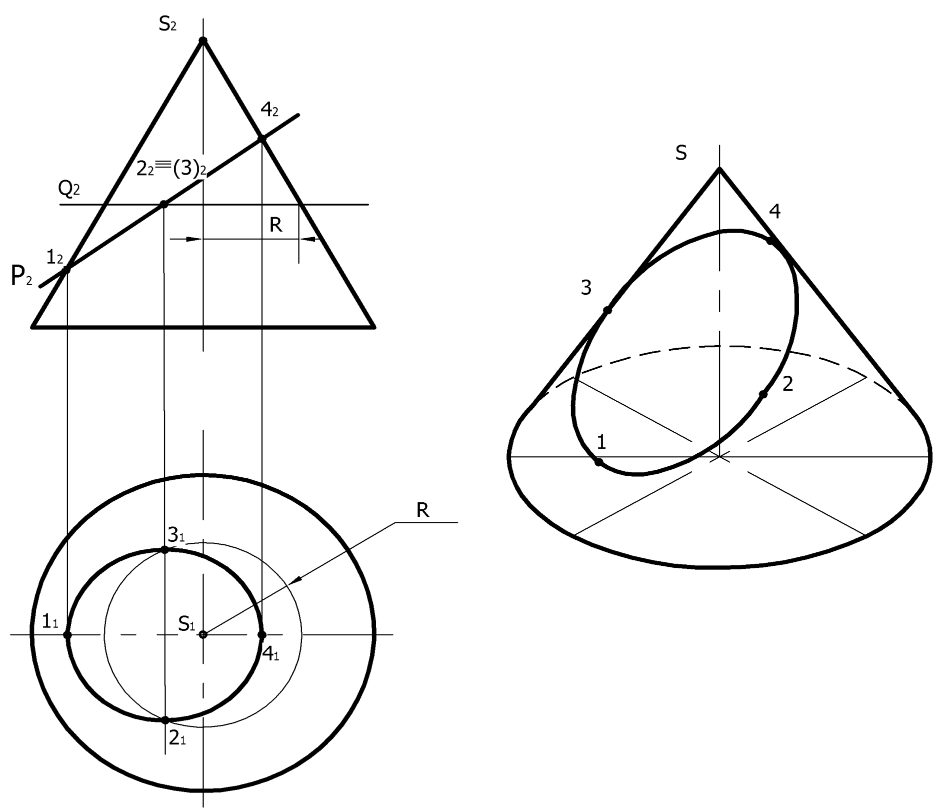


Рис. 3.9

Оскільки площина Р нахилена до осі конуса під кутом, більшим за кут нахилу твірної, і перетинає всі його твірні, то фігурою перерізу буде повний еліпс.Фронтальні проекції 1_2, 2_2, … точок еліптичного перерізу збігаються з фронтальним слідом P_2. Відрізок $1_2 4_2$ буде фронтальною проекцією фігури перерізу. $1_2 4_2$ – є велика вісь еліпса. Мала вісь проекціюється на площину $П_2$ в точки 2_2 (3_2), яка ділить на дві рівні частини відрізок $1_2 4_2$. Щоб знайти горизонтальну проекцію малої осі (і одночасно її натуральну величину), проводять через точки 2_2 (3_2) допоміжну площину Q, що перетинає бічну поверхню конуса по колу радіусом R.

Аналогічно, за допомогою ряду допоміжніх площин можна знайти довільну кількість точок еліпса.

Перетин сферичної поверхні площиною

Сферичні перерізи обмежені завжди колом, що проекціюється у вигляді:

- кола – якщо площина паралельна площині проекцій;
- прямої – якщо площина перпендикулярна площині проекцій;
- еліпса – якщо площина нахилена до площини проекцій.

ПРИКЛАД: Побудувати проекції перерізу сфери проекціювальною пло - щиною (рис. 3.10).

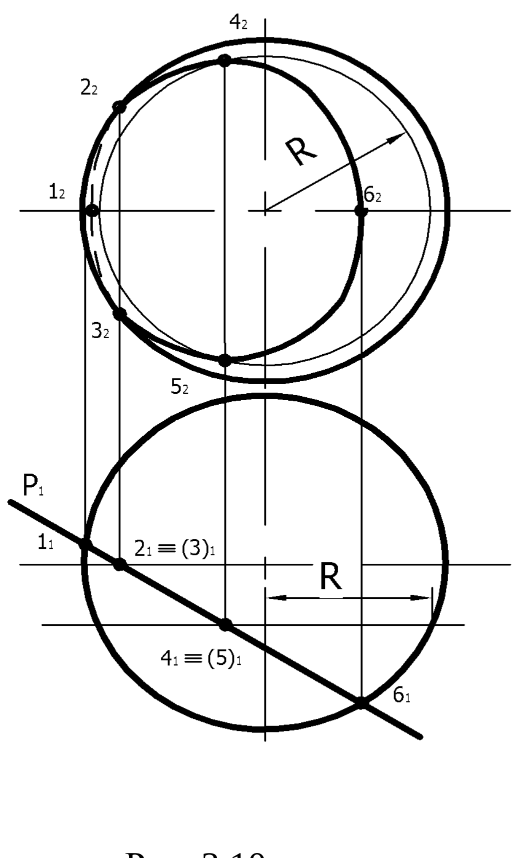


Рис. 3.10

У результаті перетину утворюється коло, яке проекціюється на фронтальну площину проекцій як еліпс.

Точки 1 і 6 належать екватору сфери, тому визначаються за вертикальною відповідністю. Точки на фронтальному меридіані 2 і 3 є точками, що відділяють на полі $П_2$ видиму частину еліпса від невидимої. Кінці великої осі еліпса (4, 5) лежать на вертикальній прямій, що проходить через середину малої осі $1_2 6_2$. За допомогою фронталі знаходять проекції 4_2, 5_2.

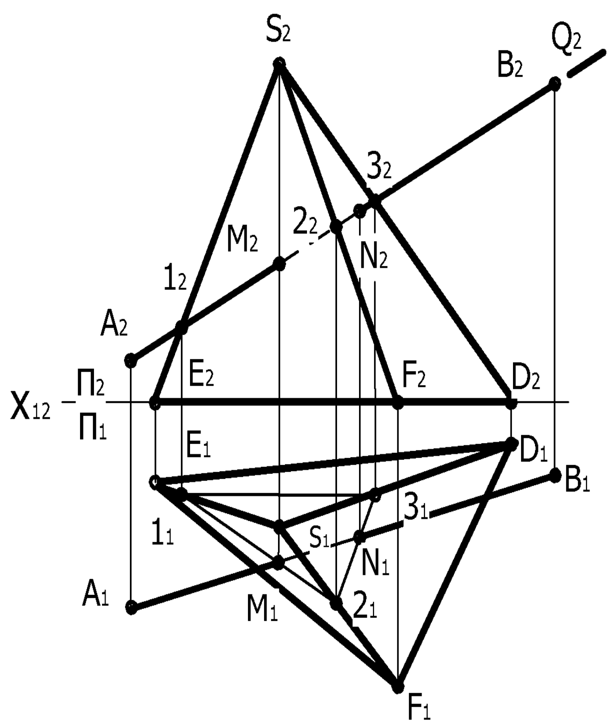
Перетин прямої з поверхнею

Для побудови точок перетину необхідно виконати наступні дії:

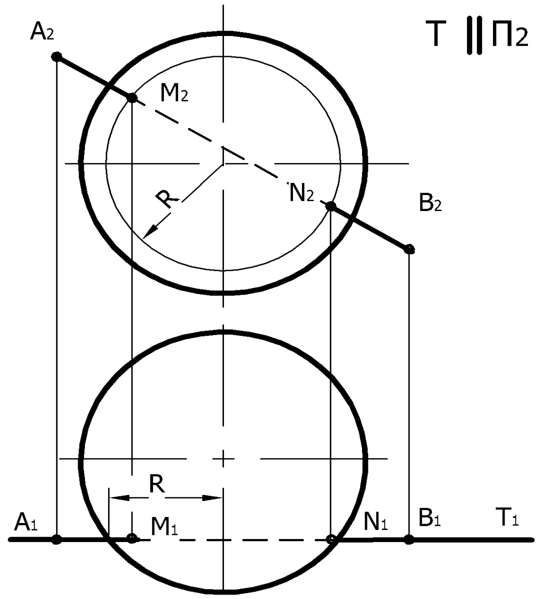
- через пряму провести допоміжну площину;
- знайти лінію перетину поверхні з допоміжною площиною;
- визначити точки перетину заданої прямої з побудованою лінією.

ПРИКЛАД: Знайти точки перетину трикутної піраміди з прямою АВ.

Через пряму проводимо фронтально-проекціювальну площину Q. Будуємо проекції лінії перетину піраміди з площиною Q (123). Горизонтальна проекція перерізу ($1_1 2_1 3_1$) перетинає горизонтальну проекцію прямої (A_1B_1) в т. M_1 і N_1. Фронтальні проекції цих точок визначають за допомогою відповідності $M \in AB$; $N \in AB$. Видимість прямої визначається за допомогою конкуруючих точок.



ПРИКЛАД: Знайти точки перетину прямої АВ зі сферою.



Через пряму АВ проводимо фронтальну площину. У результаті перетину площини зі сферою утворюється коло радіуса R, яке проекціюється на фронтальну площину проекцій в натуральну величину.

Фронтальні проекції шуканих точок M_2 та N_2 будуть на перетині кола і фронтальної проекції A_2B_2 прямої. Горизонтальні проекції точок сполучають за вертикальною відповідністю.

3.3. Спосіб допоміжних січних поверхонь

При конструюванні складних форм машинобудівних деталей або інженерних конструкцій виникає необхідність у побудові ліній перетину простих геометричних фігур, що утворюють ці складні форми.

Лінію, спільну для двох поверхонь, що перетинаються, називають лінією перетину (переходу). Характер лінії перетину залежить від того, які геометричні тіла або поверхні перетинаються. У залежності від положення поверхонь ліній взаємного перетину може бути дві (наскрізне проникнення), чи одна (врізання).

Щоб визначити проекції цієї лінії, треба знайти проекції точок, спільних для поверхонь, що розглядаються.

Алгоритм побудови спільних точок поверхонь (рис. 3.11):

- задані Г.Ф. перетинають третьою допоміжною поверхнею, яку називають посередником;

* будуються лінії перетину допоміжної поверхні з кожною з заданих поверхонь;
* визначають точки (точку) перетину побудованих ліній, які є спільними точками заданих поверхонь.

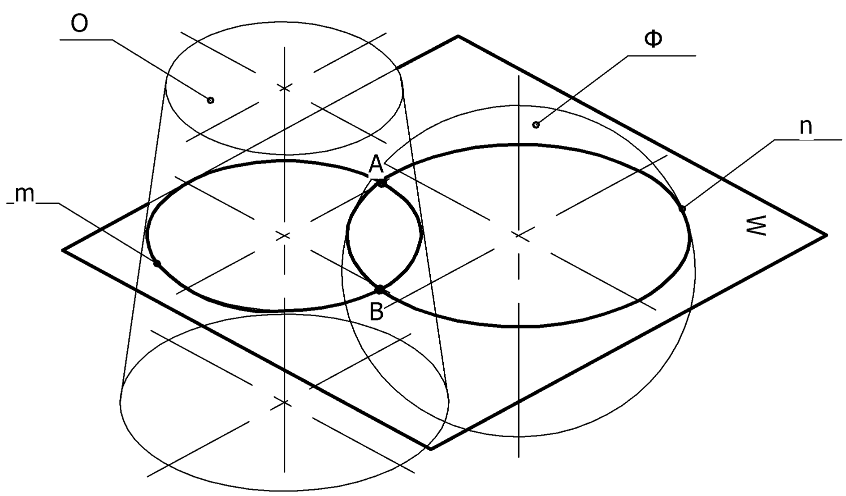
Виконавши таку операцію кілька разів, дістають потрібну кількість точок для проведення лінії взаємного перетину.

Під допоміжною січною поверхнею мають на увазі будь-яку поверхню, у тому числі і площину. Січну допоміжну поверхню вибирають таку, котра перетинала б задані Г.Ф. по зручних для побудови лініях (пряма, коло).

Це можуть бути:

- площини (рівня, проекціювальні, загального положення);
- поверхні (сферичні, циліндричні, конічні).

Побудову проекцій лінії перетину починають з визначення опорних точок, до яких відносяться точки видимості, точки дотику проекцій лінії перетину до обрисів проекцій поверхонь і екстремальні точки (ближня, дальня, ліва, права, вища, нижча). Потім будують проміжні точки.



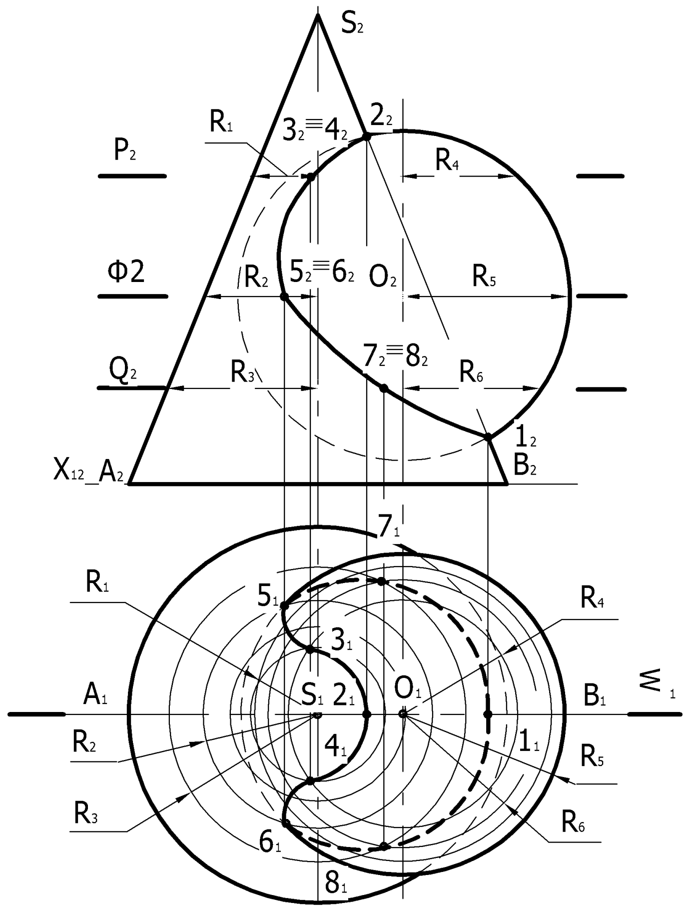
$W \cap \theta = m$; $W \cap \Phi = n$; $m \cap n = A, B$ – спільні точки

Рис. 3.11

Побудова ліній перетину поверхонь за допомогою січних площин

Застосовується у випадках взаємного перетину багатогранників, лінійчатих поверхонь з багатогранниками і поверхонь обертання, що мають паралельні осі.

ПРИКЛАД: Побудувати лінію перетину конуса обертання та сфери.



Алгоритм рішення:

1. Точки лінії перетину знаходимо за допомогою горизонтальних допоміжних січних площин, що перетинають конус і сферу по колах.
2. Найвищу 2 і найнижчу 1 точки визначаємо за допомогою фронтальної площини Σ, яка проходить через вершину конуса S. Площина Σ перетне конус по трикутнику (ABS), а сферу по фронтальному меридіану. На перетині цих ліній на полі $П_2$ знаходимо 2_2 і 1_2. Горизонтальні проекції точок 1_1, 2_1 знаходимо за відповідністю точок поверхні конуса.
3. Точки обмеження видимості (5, 6) лінії перетину на $П_1$ визначають за допомогою горизонтальної січної площини Ф. Ця площина перетне конус по колу радіусом R_2, сферу по екватору (R_5). На перетині цих ліній на площині $П_1$ знаходимо горизонтальні проекції точок 5_1, 6_1. Фронтальні проекції точок 5_2, 6_2 знаходять на $Ф_2$.
4. Проміжні точки (3,4,7,8) знаходимо за допомогою ще кількох горизонтальних січних площин (P, Q).
5. Сполучаючи знайдені точки, проводять криву з урахуванням видимості.

Ділянка кривої буде видимою лише при перетині обох видимих ділянок поверхонь.

3.4. Спосіб сферичних посередників

При перетині поверхонь обертання, які мають загальну площину симетрії, для побудови лінії перетину доцільно застосовувати сімейство концентричних сфер. Якщо перетинаються сферичні поверхні з іншою поверхнею обертання, вісь якої проходить через центр сфери і паралельна до однієї з площин проекцій, то проекція лінії перетину на одній площині проекцій – пряма, а на іншій – коло чи еліпс. На рис. 3.12 зображено перетин тіл обертання, що мають спільну вісь: сфери і циліндра (рис.3.12 а), сфери і конуса (рис. 3.12 б). У двох випадках лінія перетину є коло, яке на площину, паралельну осі обертання, проекціюється у вигляді прямої, перпендикулярної до осі. Ця властивість і лежить в основі способу допоміжних сфер.

Умови застосування сферичних посередників:

- обидві задані поверхні повинні бути поверхнями обертання;
- осі поверхонь повинні перетинатися між собою;
- осі поверхонь повинні бути паралельні одній з площин проекцій.

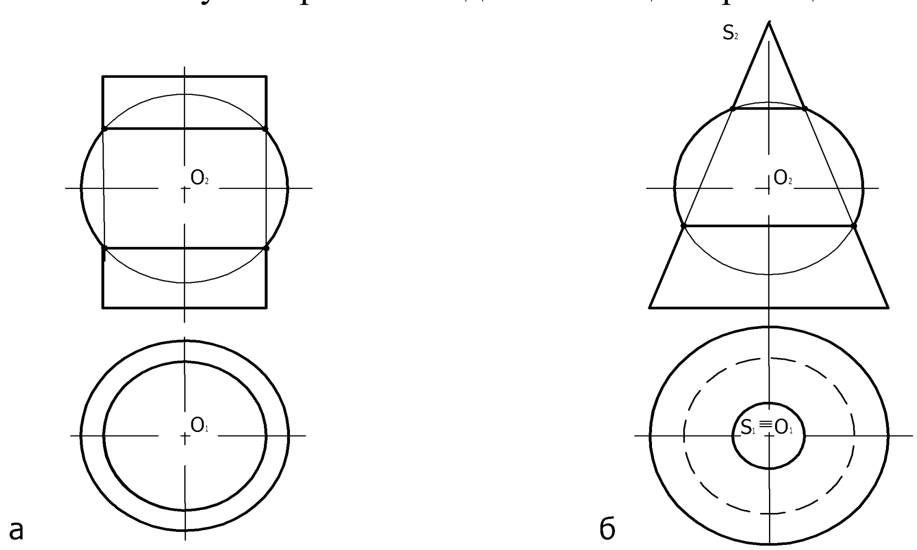


Рис. 3.12

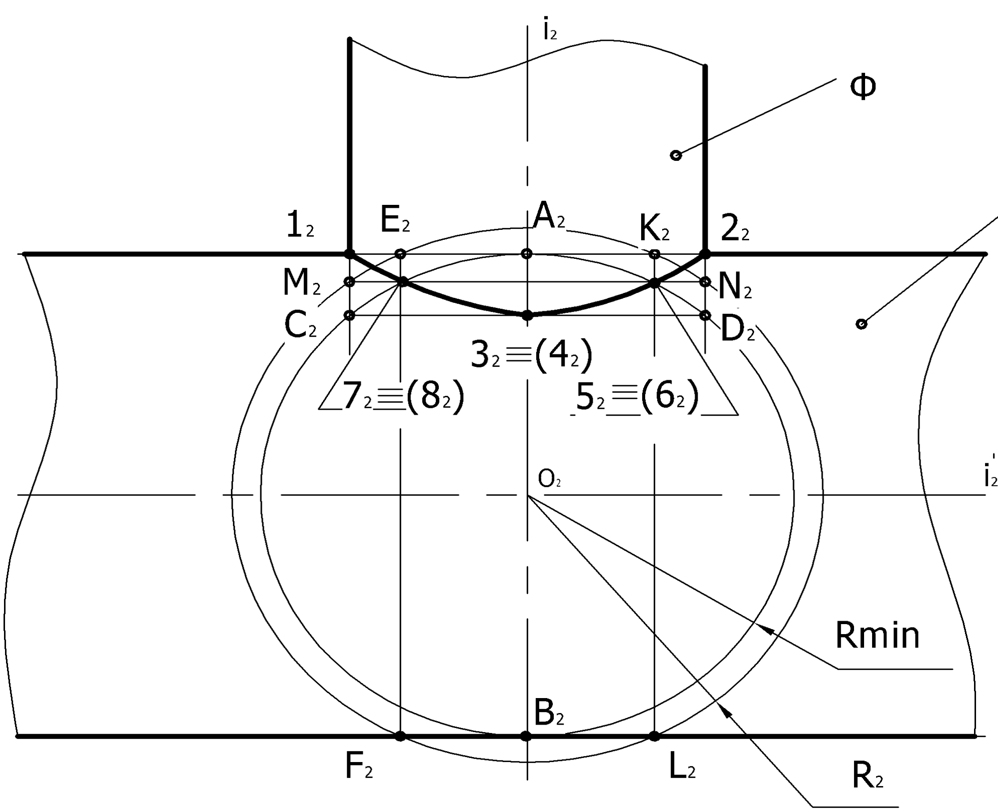
Алгоритм побудови лінії перетину за допомогою концентричних сфер:

- з точки перетину осей заданих поверхонь як із центра проводять допоміжні сфери;
- знаходять кола, по яких допоміжні сфери перетинаються окремо з кожною із заданих поверхонь;
- знаходять спільні точки перетину утворених кіл.

ПРИКЛАД. Побудувати лінію перетину двох циліндрів.

У даному випадку всі умови виконуються. Обидві поверхні обертання. Осі поверхонь перетинаються та паралельні фронтальній площині проекцій.

- дві точки (1 і 2) знаходять без побудови, бо вони лежать на перетині твірної горизонтального циліндра з обрисними твірними вертикального циліндра;



- точку O_2 перетину осей беруть за центр і будують допоміжну сферу Rmin, дотичну до циліндра більшого діаметра (∑). Ця сфера перетинає циліндр по колу, фронтальна проекція якого є відрізок A_2B_2, поверхню меншого циліндра (Ф) – по колу, що проекціюється у відрізок C_2D_2. Перетин проекцій A_2B_2 і C_2D_2 ліній дає проекції найнижчих точок 3_2 ,4_2 лінії перетину;

- щоб знайти проміжні точки, будують сферу з центра O_2 довільним радіусом, але не більше, ніж (O_21_2) і не менше, ніж Rmin . Ця сфера перетинає циліндр Ф по колу, проекція якого є відрізок M_2N_2, а циліндр Σ – по двох колах, що спроекціюються у відрізки E_2F_2 і K_2L_2. Перетин цих ліній дає точки ($5_2 \equiv 6_2$) і ($7_2 \equiv 8_2$). Точки сполучають плавною кривою.

3.5. Розгортка поверхонь

У різних галузях техніки при виготовленні виробів з листового матеріалу часто мають справу з розгортками поверхонь.

Розгорткою поверхні називається плоска фігура, утворена сполученням усіх точок і ліній поверхні з площиною без розривів і складок.

Усі поверхні поділяються на розгортні і нерозгортні. Всі багатогранні поверхні розгортні. Кривими поверхнями, що розгортаються, можуть бути тільки лінійчаті, у яких суміжні твірні паралельні чи перетинаються (циліндричні, конічні, торсові).

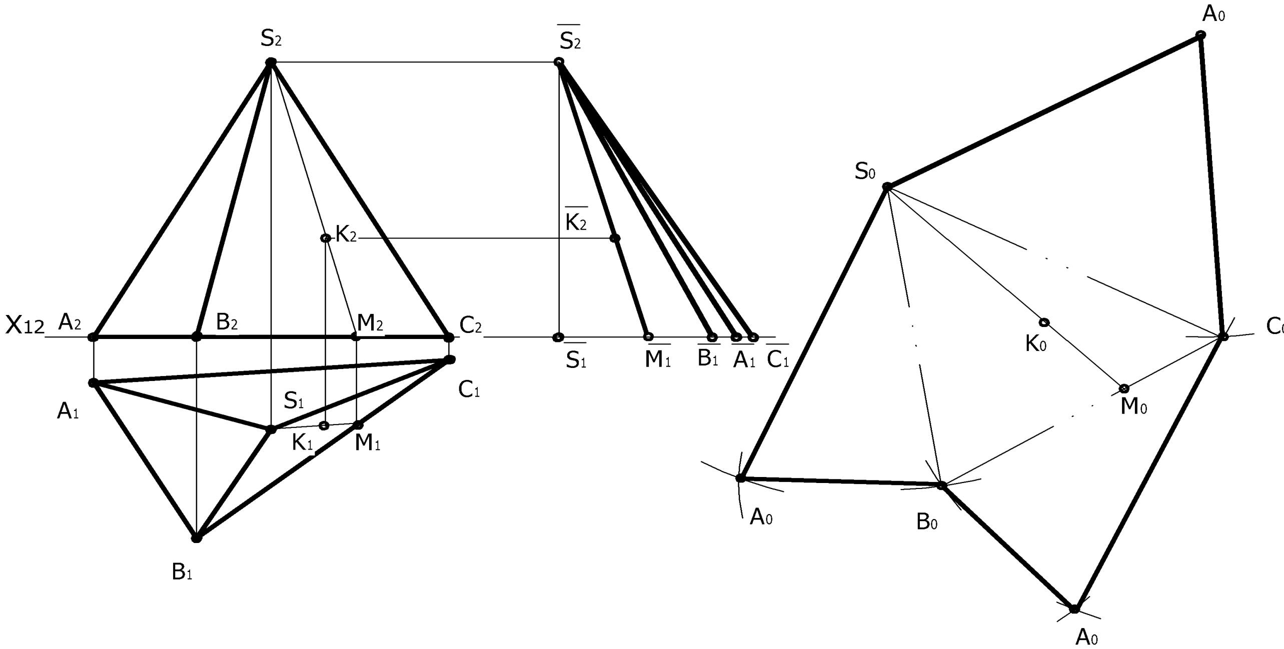
Всі інші поверхні розгортаються приблизно. Поверхня, що не розгортається, апроксимується (замінюється) багатогранною поверхнею.

Розгортки будують як сукупність натуральних величин усіх її граней. Найбільш розповсюджені методи побудови розгорток: суміщення, трикутників, розкочування, тріангуляції.

Розгортка поверхні піраміди

ПРИКЛАД**:** Побудувати розгортку поверхні піраміди з нанесенням на неї точки К, що належить грані піраміди.

Будуємо розгортку неправильної трикутної піраміди, основа якої лежить на горизонтальній площині проекцій. Розгортку виконуємо розрізанням поверхні піраміди вздовж бічного ребра, та суміщенням трьох бічних граней піраміди з площиною її основи.



Розгортка трикутної піраміди складається з трьох трикутників бічних граней і трикутника основи.

Трикутники будують за натуральними величинами ребер піраміди.

План розв’язання.

1. Методом плоско-паралельного переміщення визначаємо натуральні величини ребер SA, SB, SC.

   $S_1A_1 = S_1A_1$; $S_2A_1 = |\,SA\,|$; $S_2B_1 = |\,SB\,|$; $S_2C_1 = |\,SC\,|$; $S_2M_1 = |\,SM\,|$.

2. Будуємо натуральні величини граней $S_oA_oB_o$; $S_oB_oC_o$; $S_oA_oC_o$ і основи $A_oB_o\,C_o$ за трьома відомими сторонами.

3. Наносимо точку К на розгортку (виходячи з її приналежності відповідній прямій).

   $B_0M_0 = B_1M_1$; $S_0K_0 = S_2K_2$.

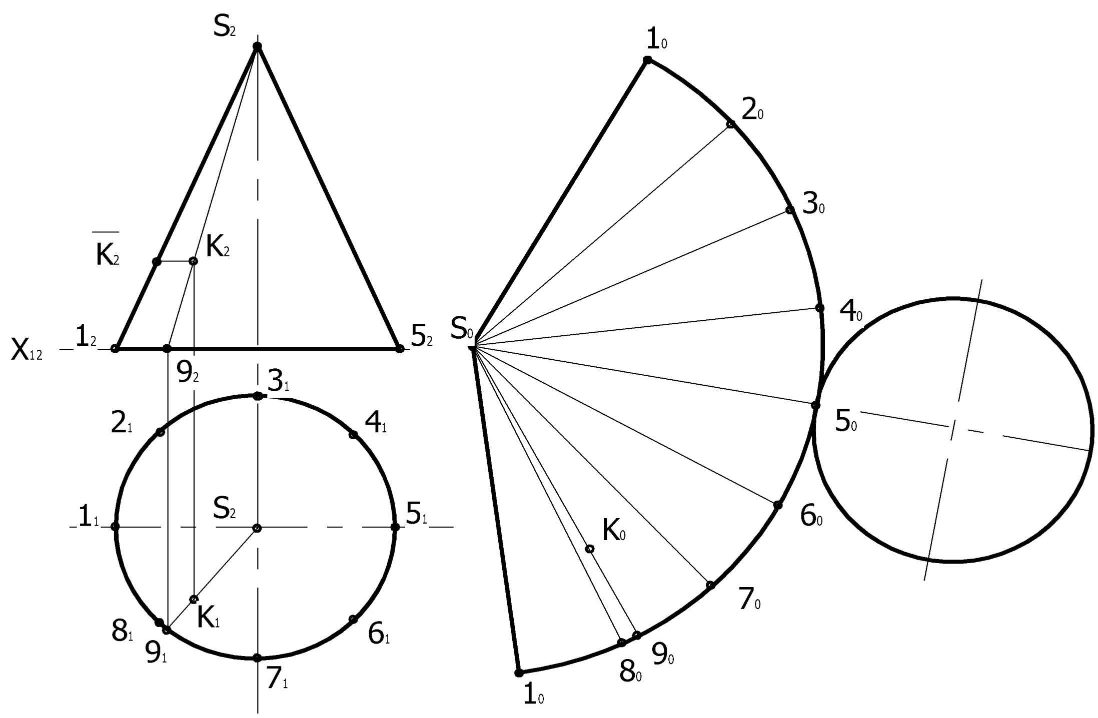
Розгортка поверхні прямого кругового конуса

ПРИКЛАД: Побудувати розгортку поверхні прямого кругового конуса з нанесенням на неї точки К, що належить бічній поверхні конуса.

Для побудови розгортки конічної поверхні коло її основи розбивають на 8 рівних частин, тобто в конус вписують восьмигранну піраміду.

Розгортку бокової поверхні конуса будують як сукупність трикутних граней піраміди. Всі твірні конуса рівні між собою. Твірні S1 і S5 – фронталі, тому $S_21_2= S_25_2$ – натуральна величина твірних.

Щоб знайти на розгортці точку К, треба спочатку перемістити її фронтальну проекцію (K_2) паралельно осі X_{12} до положення K_2. Це відповідає обертанню твірних до положення, паралельного фронтальній площині проекцій навколо осі, що проходить через вершину конуса, перпендикулярно до площини $П_1$. Утворений після обертання натуральний відрізок твірною відкладають на розгортці, тобто $S_oK_o= S_2K_2$.



4. АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ

У ряді випадків буває необхідно, поряд з кресленням геометричної фігури, виконаним в ортогональних проекціях, мати її наочне зображення, що складається тільки з однієї проекції. Таке зображення може бути отримане шляхом проекціювання оригіналу на одну площину.

Такий спосіб одержання креслення називають аксонометричним, а отримане з його допомогою однопроекційне зворотне відображення геометричної фігури аксонометричною проекцією чи аксонометрією (утворена від слів давньогрецької мови: аксонь – вісь і метрео – вимірюю). Таким чином, аксонометричною проекцією називається паралельна проекція геометричного образа на одну площину разом з осями декартової системи координат, до якої Г.Ф. віднесені з указівкою коефіцієнтів спотворення по цих осях (рис. 4.1).

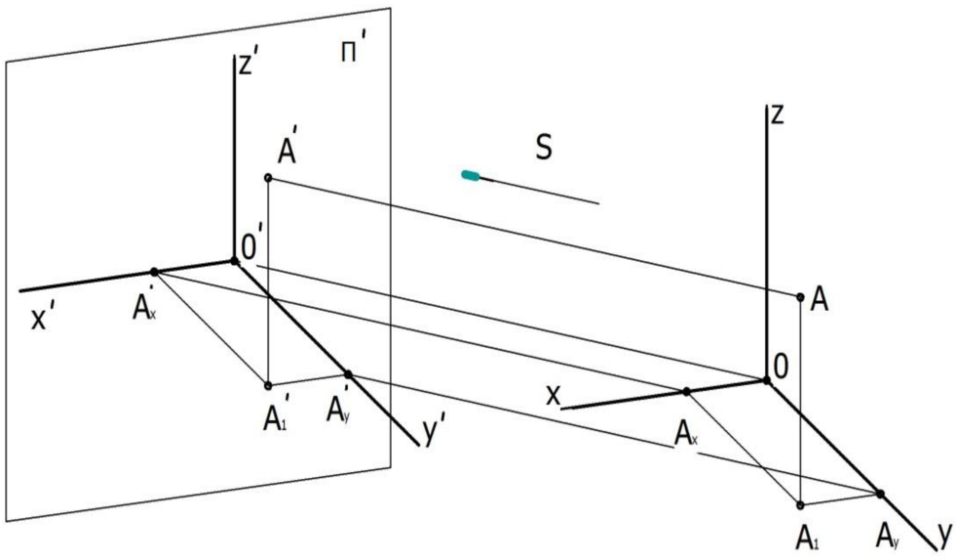


Рис. 4.1

П′ - площина аксонометричних проекцій;

S - напрямок аксонометричного проекціювання;

A′ - аксонометрична проекція точки A;

A_1' - вторинна проекція точки A.

Коефіцієнт (показник) спотворення – це відношення аксонометричної величини відрізка до його натуральної величини, обмірюване однією і тією ж масштабною одиницею. Коефіцієнти спотворення визначають тільки за напрямом, паралельним аксонометричним осям.

$$\frac{A_x'O'}{A_xO} = P; \frac{A_x'A_1'}{A_xA_1} = q; \frac{A'A_1'}{AA_1} = r\ ,$$

де p, q, r – коефіцієнти спотворення.

Залежно від співвідношення між показниками спотворення розрізняють:

а) ізометрію, коли $p = q = r$;

б) діметрію, коли $p = r \neq q$;

в) триметрію, коли $p \neq q \neq r$.

В залежності від кута, що утворюється між напрямом проекціювання та площиною аксонометричних проекцій, використовуються аксонометрії:

а) косокутні, коли $S \perp \pi'$;

б) прямокутні, коли $S \perp \pi'$.

ГОСТ 2.317-68 передбачає наступні стандартні аксонометрії: прямокутну ізометрію та діметрію, косокутну фронтальну діметрію; косокутну фронтальну і горизонтальну ізометрії.

Прямокутні аксонометричні проекції більшою мірою відповідають вимогам наочності зображення, ніж косокутні. Тому на практиці використовують прямокутні ізометрію та діметрію.

4.1. Прямокутна ізометрія

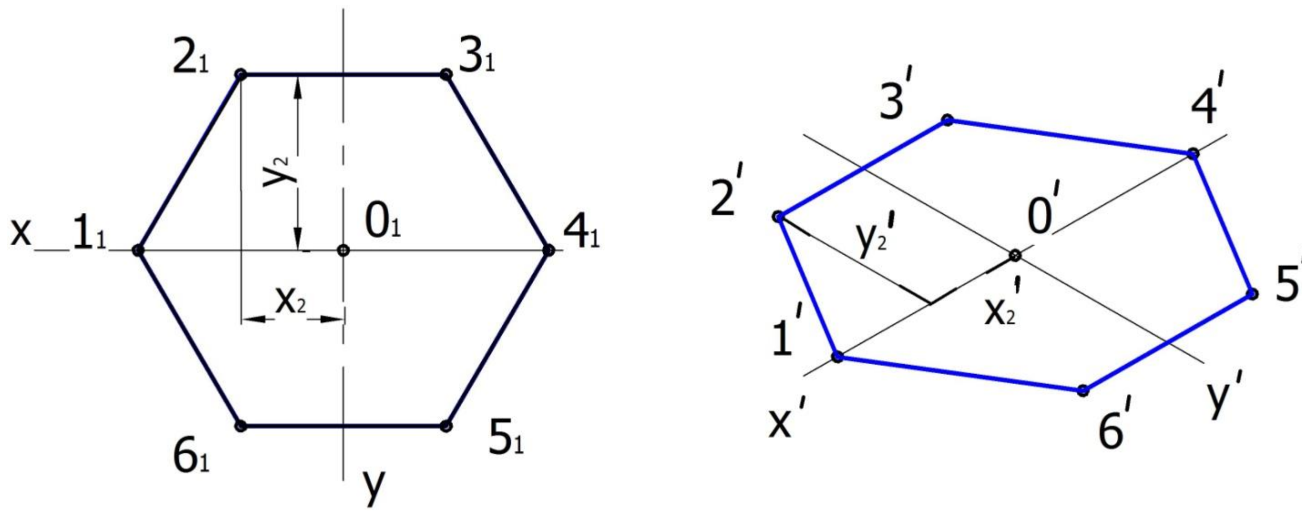
Прямокутна ізометрія – прямокутна аксонометрія, при якій усі координатні осі нахилені до аксонометричної площини проекцій під однаковими кутами, і, таким чином, мають однакові значення коефіцієнтів сполучення.

$p = q = r \approx 0,82$ -– теоретичний коефіцієнт;

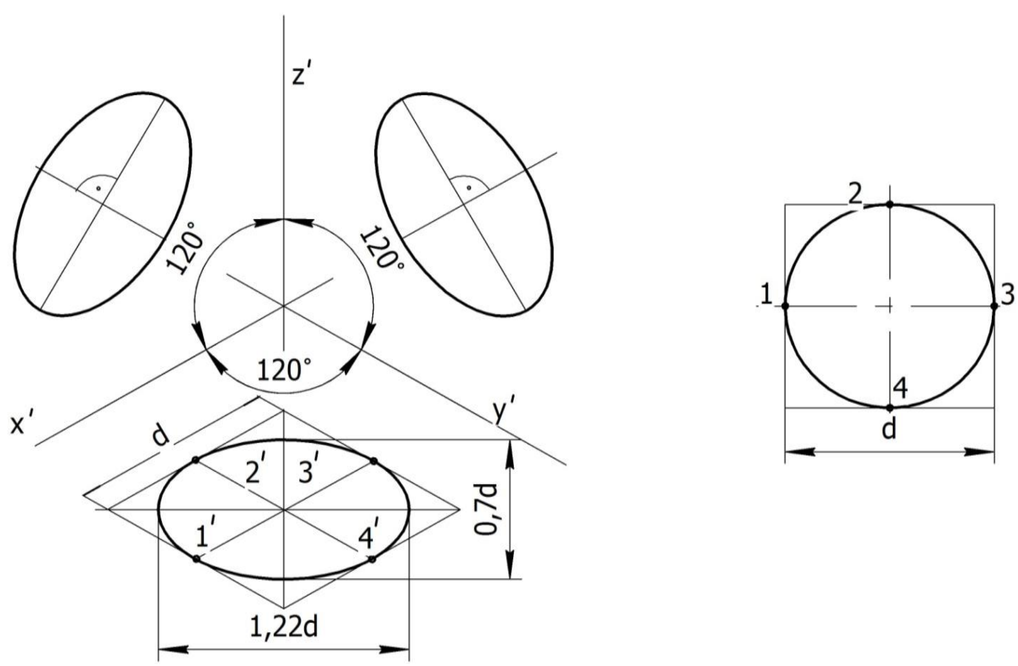
$0,82 \times 1,22 = 1$ -– практичний коефіцієнт.

На практиці користуються так званими зведеними показниками спотворення. В прямокутній ізометрії при побудові зображень відкладають паралельно осям натуральні величини, в результаті дістають аксонометричне зображення, збільшене в 1,22 рази ($1 : 0,82 = 1,22$). Вісь $O'Z'$, як правило, розміщують вертикально, а осі $O'X'$ та $O'У'$ утворюють з нею кути по 120^0. Далі розглянемо побудови Г.Ф. у прямокутній ізометрії.

Аксонометрична проекція багатокутника



Аксонометрична проекція кола



У практиці побудови зображення еліпсів заміняються близькими їм овалами. У літературі [4] наведені побудови овалів для кожного конкретного випадку. Розглянемо один з них (рис. 4.2).

1. Відкладаємо R заданого кола по всіх осях точки (1, 2, 3, 4, 5, 6).
2. З'єднуємо точки 1 і 3, 4 і 6. Одержуємо точки 7 і 8.
3. З точок 1 і 4 радіусом 1,3 і 4,6 проводимо дугу 3,5 і 2,6 (R).
4. З точок 7 і 8 радіусом 7,3 і 8,6 проводимо дуги 2,3 і 5,6 (r).

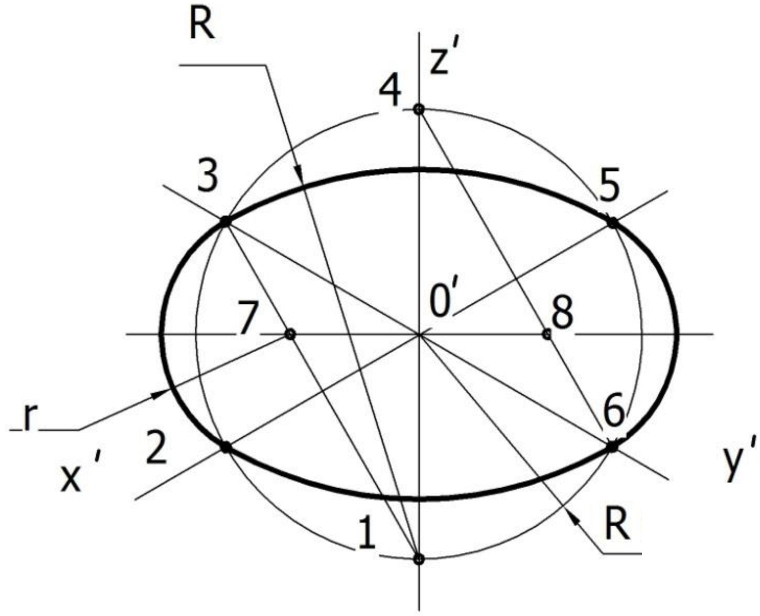


Рис. 4.2

4.2 Прямокутна діметрія

Показники спотворення у цій системі такі: p = 0,94, q = 0,47, r = 0,94. Відкладаючи натуральні та половинні розміри, дістаємо зображення, збільшене в 1,06 рази (1 : 0,94 = 1,06; 0,5 : 0,47 = 1,06). Вісь О′Х′ у діметрії утворює з горизонтальним напрямом кут 7°10′; а вісь О′У′ -– кут 41°25′ (рис. 4.3).

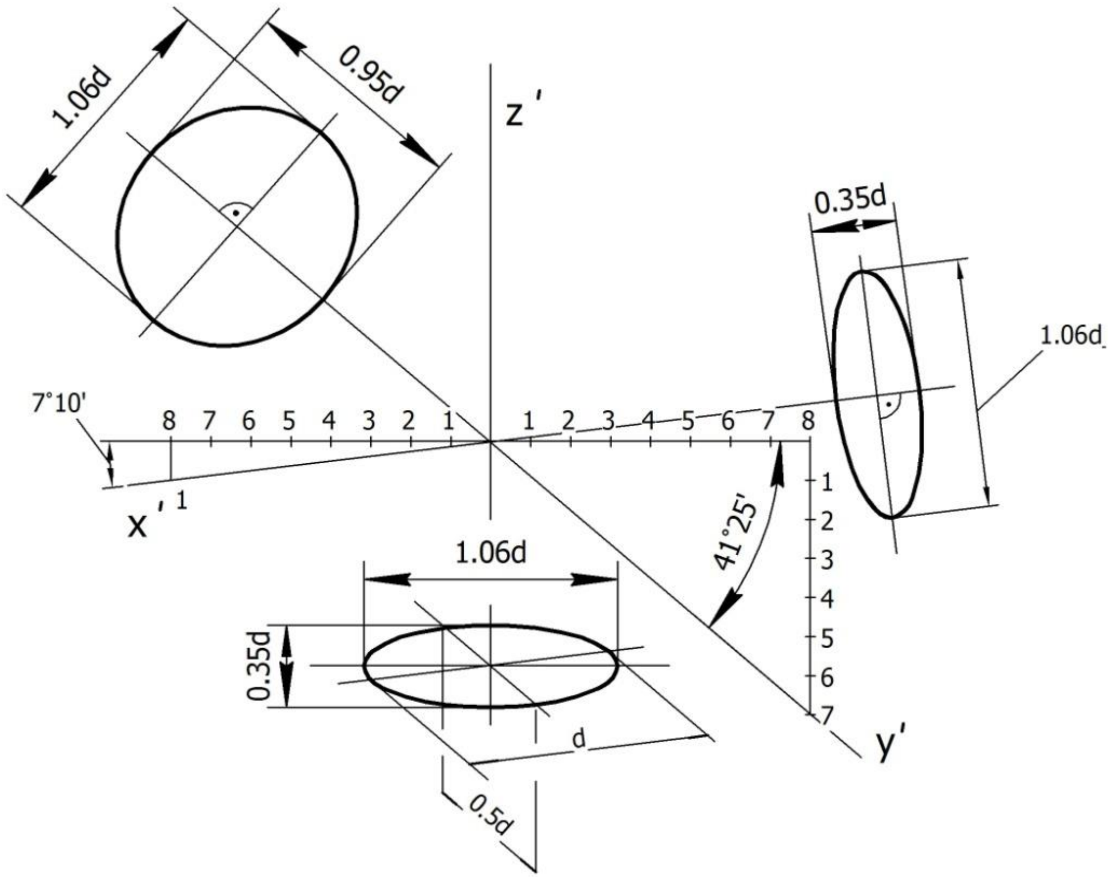


Рис. 4.3

4.3. Косокутна фронтальна діметрія

В цій системі осі O′X′ та O′Z′ взаємно перпендикулярні, а вісь O′У′ утворює з горизонтальним напрямом кут 45°. Таку аксонометричну систему застосовують тоді, коли необхідно накреслити велику кількість кіл. Коло у фронтальній площині зображується без спотворення; в інших площинах проекцій кола зображуються еліпсами, їхні осі нахилені (рис. 4.4).

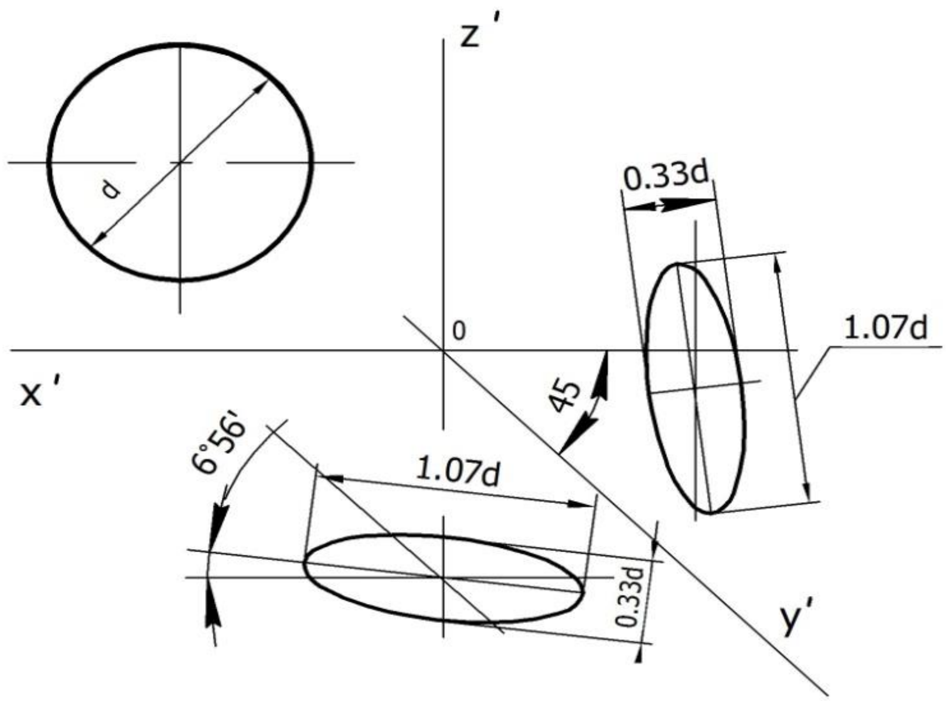


Рис. 4.4

Побудова зображення в прямокутній ізометрії технічного виробу.

ПРИКЛАД. Побудувати зображення деталі в прямокутній ізометрії.

Зробити виріз чверті.

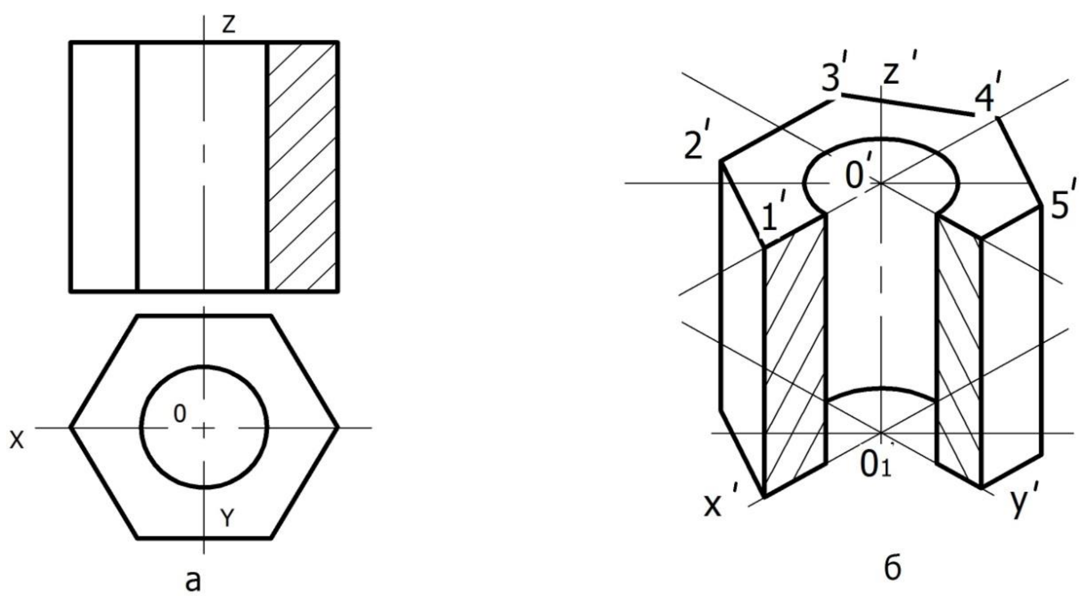


Рис. 4.5

Вивчаючи зображення (рис. 4.5 а) комплексного креслення деталі, визначимо, що зовнішня поверхня є шестигранна призма, форма основ –

шестикутники. По всій висоті деталі виконано наскрізний циліндричний отвір. Спочатку виконуємо побудову верхньої основи деталі з центра O'. Із точок 1',2',3',4',5',6' проводимо вертикальні лінії, на яких відкладаємо висоту ребер. Нижню основу будуємо, сполучивши шість вершин. Щоб побудувати отвір, треба накреслити на осях з центрами O' і O_1'два овала радіусами, що дорівнюють радіусу внутрішнього циліндра. Якщо деталь має порожнину, то її аксонометрію виконують з розрізами – вирізами, що утворюються січними площинами, які переважно зливаються з координатними площинами (або ним паралельними). Частина деталі виділена січними площинами і розташована перед взірцем – прибирається, при цьому "відкривається" внутрішня форма деталі: видимі перерізи, утворені при виконанні вирізу в деталі, заштриховують. Напрям ліній штриховки визначають після відкладення на осях однакових відрізків (рис. 4.5 б).

ЛІТЕРАТУРА

1. Михайленко В.Е. Инженерная графика /В.Е Михайленко, А.М. Пономарев – К.: Вища школа, 1980. – 279 с.
2. Михайленко В.Е. Інженерна та комп'ютерна графіка /В.Е. Михайленко, В.М. Найдиш, А.М. Підкоритов – К.: Вища школа, 2001. – 349 с.
3. О.П.Морозенко. Інженерна графіка /О.П. Морозенко, С.Е Кукель., І.П. Карпенко, І.В. Вишневський: Конспект лекцій. – Дніпропетровськ: НМетАУ, 2011.– 52с.
4. Хмеленко О.С. Нарисна геометрія.– К.: Кондор, 2008. – 438 с.

ЗМІСТ

Навчальне видання

Морозенко Олена Петрівна

Белінська Юлія Юріївна

Вишневський Ігор Володимирович

ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА

ЧАСТИНА 1

Тим. план 2014, поз. 130

Підписано до друку Формат 60х84 1/16. Папір типогр. Печатка плоска. Уч.-изд. л. 3,0. Усл. печ. л. 2,95. Тираж 100 экз. Замовлення №

Національна металургійна академія України

49600, Дніпропетровськ-5, пр. Гагаріна, 4

Редакційно-видавничий відділ НМетАУ