

**ВІДГУК**

на дисертаційну роботу Бердника Михайла Геннадійовича  
“Математичні моделі та методи розв'язання узагальнених задач теплообміну  
тіл, що обертаються”,

поданої на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за  
спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

**Актуальність теми дослідження та її зв'язок з науковими програмами,  
планами і темами**

Тема дослідження М.Г. Бердника, присвячена розробці моделей і методів моделювання процесів нагріву тіл обертання з урахуванням релаксації теплового потоку, є актуальною тому, що сфера застосувань існуючих моделей теплопровідності обмежена в можливостях врахувати кінцеву швидкість поширення температурних збурень. Водночас, вплив скінченності величини швидкості поширення тепла на теплообмін є помітним, наприклад, при великих швидкостях обертання тіл, або якщо характерний час протікання процесів має порядок величини релаксації теплового потоку в середовищі, а також високих швидкостях руху джерел тепла та швидкому руху границь фазового переходу, при дослідженні систем, розміри яких порівнянні з відстанню вільного пробігу елементарних частинок, наприклад, в задачах нагрівання металів короткими лазерними імпульсами.

Представлена робота відповідає переліку пріоритетних напрямків наукових досліджень згідно з Постановою Кабінету міністрів України від 07.09.2011 р. № 942 із змінами і доповненнями, внесеними Постановами КМУ від 24.10.2012 р. № 970, від 23.09.2015 р. № 741 та від 23.08.2016 р. №556, а саме пріоритетним тематичним напрямом «Найважливіші фундаментальні проблеми фізико-математичних та технічних наук» та «Найважливіші фундаментальні проблеми розвитку ракетно-космічних технологій».

Варто зазначити, що тема дисертаційної роботи тісно пов'язана з планами наукових досліджень кафедри програмного забезпечення комп'ютерних систем НТУ «Дніпровська політехніка» в рамках науково-дослідних робіт.

**Достовірність одержаних результатів, обґрунтованість наукових положень,  
висновків та рекомендацій**

Наукові положення дисертації в цілому обґрунтовані, результати досліджень, а також встановлені на їх основі висновки, мають достатню обґрунтованість і достовірність. Для доведення викладених положень автор коректно застосовує методи математичної фізики, інтегральних перетворень, та обчислювальної математики. Окремі результати дисертації узгоджуються з

---

теоретичними та експериментальними результатами для часткових випадків, відомими з наукових джерел.

### Наукова новизна одержаних результатів

Автором вперше одержано такі нові результати:

– отримано диференційне узагальнене рівняння переносу енергії в криволінійній системі координат для рушійного елемента суцільного середовища з урахуванням кінцевої швидкості поширення тепла;

– запропоновано кінцеве інтегральне перетворення для рівняння Лапласа у визначеній області, обмеженій декількома замкненими кусково-гладкими контурами;

– побудовано кінцеве інтегральне перетворення для рівняння Лапласа в циліндричній системі координат для певної визначеної області.

– на основі методу скінченних елементів і методу Гальоркіна розроблено для симплекс-елементів першого і другого порядку метод знаходження ядер запропонованих кінцевих інтегральних перетворень;

– для розрахунку полів температури в циліндрах і двоскладових циліндрах, що обертаються з постійною кутовою швидкістю, розроблені математичні моделі і методи у вигляді крайових задач математичної фізики для гіперболічного рівняння теплопровідності з граничними умовами Діріхле і Неймана з урахуванням кінцевої швидкості поширення тепла і кінцевої довжини;

– для розрахунку полів температури в ізотропному і порожньому ізотропному тілі, що обертається з постійною кутовою швидкістю, запропоновані математичні моделі і методи у вигляді крайових задач математичної фізики для гіперболічного рівняння теплопровідності з граничними умовами Діріхле, Неймана з урахуванням кінцевої швидкості поширення тепла, а також зі змішаними умовами;

– побудовані математичні моделі і методи розрахунку полів температури в параболоїді обертання, півсферичному тілі, тонкостінному однопорожнинному гіперболоїді, прямому круговому конусі, що обертаються з постійною кутовою швидкістю, з урахуванням кінцевої швидкості поширення тепла у вигляді крайових задач математичної фізики для гіперболічного рівняння теплопровідності з граничними умовами Діріхле;

– побудовано математичну модель і метод розрахунку полів температури в довільних областях при електронно-променевому зварюванні у вигляді крайової задачі математичної фізики для рівняння теплопровідності з граничними умовами Діріхле.

---

### Практичне значення

Практичне значення підтверджено актами про впровадження отриманих у дисертаційній роботі результатів, зокрема:

- для розрахунку теплообміну при проєктуванні елементів ракети-носія;
- для розрахунку температурних полів зварних виробів тіл обертання, що дозволило отримати більш ефективні і обґрунтовані рішення про напружено-деформований стан при зварюванні з урахуванням термомеханічних процесів;
- для визначення показників міцності теплонапружених футерувальних плит барабана барабанно-кульових млинів із урахуванням розподілу температур в умовах експлуатації; отримані розрахунки показників міцності дозволили вибрати оптимальні конструктивні геометричні розміри футерувальних плит барабана, що забезпечує більш повільний знос плит, зниження питомої витрати металу і електроенергії, підвищення продуктивності млина;
- а також у навчальному процесі Національного технічного університету «Дніпровська політехніка».

### Значущість отриманих результатів для науки і практичного використання

Значущість роботи полягає у розробці більш узагальнених математичних моделей розподілу температури за просторовими координатами для тіл обертання, а також обчислювальних методів на основі методів кінцевих інтегральних перетворень і скінченних елементів в формі Гальоркіна. Розроблені інтегральні перетворення, а також обчислювальні методи дають можливість підвищити точність чисельно-аналітичних розв'язків відповідних крайових задач математичної фізики.

### Повнота викладу результатів дисертації в опублікованих працях.

Опубліковані автором роботи у повній мірі висвітлюють наукові положення, що виносяться на захист, а також отримані практичні результати. За темою дисертаційної роботи автором опубліковано 59 наукових праць, з них 25 у виданнях, що входять до переліку фахових видань України, одна стаття у закордонному науковому періодичному виданні, одна включена до бази Web of Science, 5 публікацій включено до наукометричної бази Scopus, 20 статей індексується у міжнародних наукометричних базах, 27 тез доповідей на міжнародних науково-технічних конференціях.

### Оформлення дисертації та автореферату

Дисертацію оформлено згідно вимог наказу МОН України «Про затвердження вимог до оформлення дисертації». Наведені в авторефераті актуальність теми, мета та завдання дослідження, наукова новизна одержаних



результатів та їх практичне значення, а також короткий зміст розділів повністю відповідають змісту дисертації. Мова дисертації стисла і лаконічна, наукова термінологія застосовується коректно.

### Структура та зміст дисертації.

Дисертаційна робота складається із вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел і трьох додатків. Загальний обсяг роботи становить 374 аркушів, в тому числі 354 нумеровані сторінки, із них 304 сторінки основного тексту, в тому числі 59 рисунків і список використаних джерел із 160 найменувань на 18 сторінках.

У *вступі* на основі аналізу сучасного стану моделювання високо-інтенсивних процесів нагріву тіл обертання обґрунтовано актуальність розв'язуваної наукової проблеми, сформульовано мету роботи та завдання дослідження. Розкрито наукову новизну й практичну цінність отриманих результатів, реалізацію та впровадження результатів роботи. Наведено дані про особистий внесок дисертанта, апробацію роботи та публікації.

У *першому розділі* в результаті проведеного автором аналітичного огляду сучасного стану моделювання високо-інтенсивних процесів нагріву тіл виявлено, що немає визначеності у виборі диференціального оператора для моделювання процесів нагріву тіл і відсутня модель в явному вигляді, яка описує нестационарну теплопровідність нагріву тіл обертання. Тому основним напрямком подальшого дослідження вибрано розробку узагальнених тривимірних математичних моделей температурних розподілів у рухомому середовищі у вигляді крайових задач математичної фізики для гіперболічного рівняння теплопровідності та розв'язання отриманих крайових задач.

*Матеріали другого розділу* роботи є теоретичною основою подальших досліджень. У розділі наведено основні властивості перетворення Лапласа, а також формули оберненого перетворення Лапласа. Приведено основну теорему застосування кінцевих інтегральних перетворень для відрізка, основні означення і формули застосування кінцевих інтегральних перетворень Фур'є і Ханкеля, основні означення і формули застосування кінцевих інтегральних перетворень для кусково-однорідних середовищ. Наведено формули для поліпшення збіжності рядів, одержуваних при застосуванні кінцевих інтегральних перетворень Фур'є і Ханкеля, формули для поліпшення збіжності рядів, одержуваних при застосуванні кінцевих інтегральних перетворень для кусково-однорідних середовищ.

*Третій розділ* дисертаційної роботи присвячений застосуванню методів скінченних елементів і Гальоркіна для побудови кінцевих інтегральних перетворень, що використовуються при математичному моделюванні температурних полів в тілах обертання з урахуванням кінцевої швидкості

поширення тепла. Побудоване кінцеве інтегральне перетворення для рівняння Лапласа у визначеній області, обмеженій декількома замкненими кусково-гладкими контурами. Побудовано кінцеве інтегральне перетворення для рівняння Лапласа в циліндричній системі координат для певної визначеної області. Для дослідження працездатності запропонованих інтегральних перетворень на тестових завданнях автором розроблено програмне забезпечення для операційної системи Windows в середовищі GNU Octave для знаходження власних значень і власних функцій методом скінчених елементів у двовимірних областях із можливістю візуалізації отриманого рішення. Автором продемонстровано, що знаходження ядер побудованих кінцевих інтегральних перетворень методом скінчених елементів і методом Гальоркіна для симплекс-елементів першого і другого порядку зводиться до розв'язання системи алгебраїчних рівнянь. Проведено порівняння результатів розрахунків розв'язку рівняння Лапласа у випадку квадрата із довжиною сторін, що дорівнює одиниці, за аналітичним розв'язком і за розв'язком, одержаним за допомогою запропонованого інтегрального перетворення. Наведені результати дозволяють кількісно оцінити точність методу скінчених елементів та обрати раціональну кількість елементів дискретизації.

У *четвертому розділі* вперше отримано диференційне узагальнене рівняння переносу енергії в криволінійній системі координат для рушійного елемента суцільного середовища з урахуванням кінцевої швидкості поширення тепла. Вперше побудовано математичні моделі розрахунку полів температури в суцільному і порожньому циліндрі, а також у суцільному і порожньому двоскладовому циліндрі кінцевої довжини, які обертаються з постійною кутовою швидкістю з урахуванням кінцевої швидкості поширення тепла, кінцевої довжини у вигляді узагальнених крайових задач для гіперболічного рівняння теплопровідності з граничними умовами Діріхле і Неймана. За допомогою кінцевих інтегральних перетворень для кусково-однорідних середовищ, а також перетворень Ханкеля, Фур'є, Лапласа, визначені подання температурних полів у циліндрах у вигляді збіжних ортогональних рядів за функціями Бесселя і Фур'є. Розглядаючи циліндр як спрощену модель прокатного валка, який знаходиться під впливом теплового потоку, проведено порівняння розрахованих температурних полів за отриманою формулою з відомими теоретичними й експериментальними дослідженнями, яке показало достатній рівень їх співпадіння.

У *n'ятому розділі* вперше побудовано математичні моделі розрахунку полів температури в ізотропному і порожньому ізотропному тілі, що обертається з постійною кутовою швидкістю з урахуванням кінцевої швидкості поширення тепла у вигляді крайових задач для гіперболічних рівнянь теплопровідності з граничними умовами Діріхле і Неймана і змішаними умовами для порожнього

---



ізотропного тіла. За допомогою розробленого інтегрального перетворення для двовимірного кінцевого простору знайдені температурні поля в ізотропному і порожньому ізотропному тілі обертання у вигляді збіжних рядів за функціями Фур'є у залежності від граничних умов Діріхле і Неймана. Також слід відзначити побудовані математичні моделі розрахунку полів температури в параболоїді, півсферичному тілі, тонкостінному однопорожнинному гіперболоїді, прямому круговому конусі, які обертаються з постійною кутовою швидкістю з урахуванням кінцевої швидкості поширення тепла у вигляді узагальнених крайових задач для гіперболічного рівняння теплопровідності з граничними умовами Діріхле. За допомогою розробленого інтегрального перетворення для двовимірного кінцевого простору знайдені температурні поля в цих тілах у вигляді збіжних рядів за функціями Фур'є. З практичної точки зору слід відзначити побудовану дисертантом математичну модель розрахунку полів температури в довільних областях при електронно-променевому зварюванні у вигляді крайової задачі математичної фізики з граничними умовами Діріхле. Тепловий потік у тілі при зварюванні моделювався точковим джерелом тепла, що рухається по контуру тіла зі сталою швидкістю і відомою інтенсивністю за допомогою функції Дірака. За допомогою розробленого інтегрального перетворення для рівняння Лапласа, а також метода скінченних елементів у формі Гальоркіна знайдено температурне поле у вигляді збіжного ряду.

*У висновках* сформульовано основні результати дисертаційної роботи.

*У додатках* автором наведено список публікацій здобувача за темою дисертації, фрагменти розробленого програмного забезпечення та довідки про впровадження результатів наукових досліджень.

#### **Використання в докторській дисертації результатів наукових досліджень за якими була захищена кандидатська дисертація**

Здобувач не виносить на захист наукові положення, за якими була захищена його кандидатська дисертація.

#### **Зауваження по роботі**

1. Розроблена автором математична модель розрахунку полів температури в суцільному циліндрі, що обертається з постійною кутовою швидкістю, з урахуванням кінцевої швидкості поширення тепла є наближеною. Між тим, в дисертації відсутнє визначення границь її застосовності та точності.
  2. Одним з основних отриманих результатів є метод розрахунку полів температури в довільних областях при електронно-променевому зварюванні у вигляді крайової задачі математичної фізики для рівняння теплопровідності з граничними умовами Діріхле, але чіткого визначення граничних умов та обмежень його застосування в дисертації немає.
-

3. В роботі наведено досить велику кількість варіантів обчислювальних експериментів для розв'язаних модельних задач, але недостатньо уваги приділено оцінюванню похибок обчислень.
4. Слід відзначити дещо перевантажений стиль викладення матеріалу, зокрема і наприклад, у пункті 2.2 результати було б доцільно подати у вигляді таблиці.
5. Практичне значення отриманих автором у дисертаційній роботі результатів підтверджено актами про впровадження, але в дисертації відсутні описи впроваджених технічних рішень. Зокрема це стосується і результатів, впроваджених на Державному підприємстві «Конструкторське бюро "Південне" ім. М.К.Янгеля», про що є окремий акт від 01.02.2021, з яким опонент ознайомився особисто, і який чомусь не наведений в додатках до основного тексту дисертації.
6. У текстах автореферату та дисертації зустрічаються друкарські помилки та стилістичні вади. Більшість матеріалів, які докладно ілюструють одержання відповідних співвідношень, доцільно було винести у додатки. Це стосується також доведення деяких тверджень, зокрема і наприклад, доведення теореми 2.3.

Водночас, наведені зауваження не стосуються суті виконаних досліджень та суттєво не знижують наукової цінності роботи в цілому і на впливають на її позитивне сприйняття.

#### Загальний висновок

Дисертаційна робота Бердника Михайла Геннадійовича «Математичні моделі та методи розв'язання узагальнених задач теплообміну тіл, що обертаються» є логічним завершеним науковим дослідженням на актуальну тему. Дисертація містить нові науково обґрунтовані результати у галузі сучасного математичного моделювання, які в сукупності вирішують важливу науково практичну проблему побудови і розробки чисельно-аналітичних рішень узагальнених крайових задач теплообміну тіл, що обертаються, яке має велике значення в енергетиці, машинобудуванні, космічній техніці та інших галузях промисловості.

Вважаю, що дисертаційна робота Бердника Михайла Геннадійовича «Математичні моделі та методи розв'язання узагальнених задач теплообміну тіл, що обертаються» за обсягом проведених наукових досліджень, їх актуальністю, новизною, високим науковим рівнем та кількістю публікацій за темою дисертації відповідає вимогам «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 24 липня 2013 р. № 567 зі змінами, затвердженими Постановами Кабінету Міністрів України № 656 від 19 серпня

---

2015 р., № 1159 від 30.12.2015 р. та № 567 від 27.07.2016 до докторських дисертацій, а її автор Бердник Михайло Геннадійович заслуговує присудження наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи.

**Офіційний опонент:**

**Директор Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України, член-кореспондент НАН України, доктор технічних наук, професор**



**В. В. МОХОП**

Відгук надійшов  
у Раду: *12. 02. 2021*  
Вчений секретар: *[Signature]*